Årg. 33: 3 Sept. 1950

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

TREDJE HÄFTET

HILDING SLÄTIS, Om kärnpartiklars spår i fotografiska emulsioner 161

BO ALER och RICHARD WESTÖÖ, Scintillationsräknare III. Undersökning av kärnnivåer 177

BENGT LILJEQVIST, Joules konstant 187

ERNST KNAVE och STIG LINDHOLM, Mekaniska värmeekvivalenten 189

Bokanmälningar: HARDY, Divergent Series; ZWIKKER, Advanced Plane Geometry; WIENER, The Extrapolation and Smoothing of Stationary Time Series; BLOCH-GUILLAUMIN, La géométrie intégrale du contour gauche; ROY, Cours de mécanique rationelle; Colloque de Géométrie algébrique; BROMAN, Analytisk geometri; PICARD, Leçons sur quelques types simples d'équations aux dérivées partielles; Multi-Sensory Aids in the Teaching of Mathematics; HYLLERAAS, Matematisk og teoretisk fysikk III; SEITZ, Théorie moderne des solides; SODDY, The Story of Atomic Energy; HEUSSEL, Physik. Lehr- und Arbeitsbuch für die Unterstufe der höheren Schulen; FREEMAN, Modern Introductory Physics; DAMMERS m. fl., Anwendung der Elektronenröhre in Rundfunkempfängern und Verstärkern; ATTWOOD, Electric and Magnetic Fields; MARGENAU-WATSON-MONTGOMERY, Physics. Principles and Applications; BLAIRE, A Survey of General and Applied Rheology; The Principles of Rheological Measurement; LUCAS-PRESSMAN, Principles and Practice in Organic Chemistry; DELABY-GAUTIER, Analyse qualitative minérale a l'aide des stilli-reaction; ERIKSEN, Kemi for Gymnasiet, Kemiske Forsøg for Gymnasiet; Kosmos bd 27; Annales Guébhard-Séverine 191

Recensenter i detta häfte 209

Gradualavhandlingar (autoreferat): E. BERGSTRAND, A Determination of the Velocity of Light; B. NYMAN, On the One-dimensional Translation Group and Semi-group in Certain Function Spaces; T. HALI, On Polynomials Bounded at an Infinity of Points; B. LINDBERG, Studies on Glycosides 210

Tidskrifter, innehållsöversikt 214

Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. BÅGMAN) 215
Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen aug.-sept. 1950 218

Insänd litteratur 224

Annonsörer: Elektronikbolaget; Rudolph Grave; N. J. Gumpert, Norstedt & Söner (två annonssidor); Svenska Bokförlaget.

Observera «På tjugo år» å nästa sida!

Pris pr år kr. 10: — pr häfte kr. 3: —

ELEMENTA

Redaktionskommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Pris pr år 10 kr., pr häfte 3 kr. Subskription sker enklast genom inbetalning av 10 kr. å postgiro nr 527 55, då tidskr. erhålles pr utgivarekorsband.

Vid behov av äldre årgångar vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Priset är för årg. 13–30 kr. 8 per årg. samt för årg. fr. o. m. 31 (1948) kr. 10. Av årg. 1–12 äro flera ofullständiga.

Pärmar av grön klot à kr. 1: 75; varje pärm är avsedd för två årg.: 1–2, 3–4, osv. t. o. m. 31–32. — Inbundna årg. enl. offert; tidigare priser på dessa gälla ej. Inbindning av äldre årgångar kan tyvärr inte ombesörjas av exp.

Särtryck:

1. Axel Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1: —.
2. Martin Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1: —.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1: —.
4. J. Tandberg, Vinkelns tredelning. Slutsåld.
5. Gustaf Ljunggren, Gasskyddets kemi, kr. 0: 80.
6. Stig Comét, Matrisräkning, kr. 1: 60.
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2: 40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1: 40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1: 40.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna — ett utrymmesproblem, kr. 1: 40.
11. C.-E. Fröberg — G. Kjellberg — O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3: —.

Problemhäften: 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948 och 1949 à 80 öre.

Särtrycken sändas pr post om inbetalning sker å tidskriftens postgiro 527 55 (skriv rekvisition å girokupongen). Även genom bokhandeln

Redaktion och expedition: Karlbergsvägen 16IV, Stockholm Va

På tjugo år har Elementas upplaga trefaldigats. Nya abonnenter ha i stor utsträckning skaffat sig äldre årg., vilket haft till följd att lagret av dessa tunnats ut, så att flera årg. nu äro ofullständiga. Fr. o. m. årg. 13 finnas emellertid ännu samtliga årg. Den som vill försäkra sig om äldre årg. bör ej dröja med sin beställning. Priser se ovan.

FYSIKALISKA APPARATER

från

NORSTEDTS VERKSTAD

Katodstråle-
oscillograf

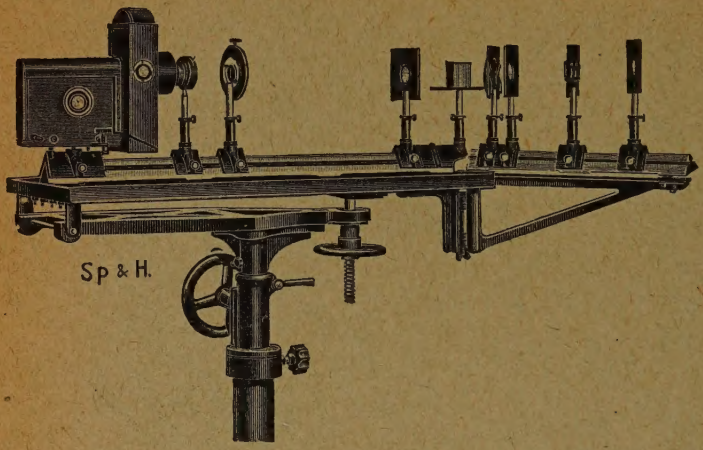
Norstedts oscillograf med tillbehör samt de försök som kan utföras med densamma beskrives i vårt »Meddelande om ny materiel, häfte 12», vilket erhålles kostnadsfritt.

Våra egna verkstäder ger oss möjlighet att tillhandahålla reservdelar, snabbt utföra reparationer samt för övrigt ge våra kunder bästa möjliga service.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

Den moderna optiska bänken, som anpassar sig efter tidens krav...



EXPERIMENTBORDET

har en praktisk uppgift att fylla och utgör en värdefull tillgång i den fysikaliska apparaturutrustningen. Alla tillbehör äro normaliserade, d. v. s. framställda med sådan noggrannhet att de sinsemellan passa, även om inköpen ske vid olika tidpunkter

Offerter och förslag lämnas av

RUDOLPH GRAVE A.-B.

STOCKHOLM

Om kärnpartiklars spår i fotografiska emulsioner

Av professor Hilding Slätis, Nobelinstitutet för Fysik, Stockholm

Att enskilda kärnpartiklar åstadkomma banor av utfällt silver i fotografiska emulsioner visades först av Reinganum år 1911. Han lät, antagligen inspirerad av Wilsons dimkammarförsök, α-partiklar från polonium infalla snett mot en fotografisk plåt och fann då, efter sedvanlig framkallning och studium av emulsionen med hjälp av ett mikroskop, att α-partiklarna åstadkommit spår, bestående av femton och flera punkter. Dylika spår studerades senare av flera forskare. Att även protoner alstra spår i emulsioner påvisades först år 1925 av Marietta Blau, som bl. a. studerade rekylprotoner från tunna paraffinskikt. Wilkins och St. Helens visade 1936, att deutroner också kunna registreras på fotografisk väg, samt att α-partiklar, deutroner och protoner kunna igenkännas på spårens olika korntäthet. Jdanov och Ilford Ltd uppnådde 1935 större känslighet hos emulsionerna genom att öka silverbromidkornens antal och storlek. Härmed hade de fotografiska emulsionerna utvecklats till ett viktigt instrument inom kärnfysiken.

Under de senaste åren ha emulsioner, känsliga för elektroner och partiklar med minimal jonisation, ytterligare möjliggjort nya framsteg, t. ex. beträffande arten av mesonernas sönderfall, såvensom vid studiet av trånga skurar och bestämningen av laddning och energi hos partiklarna i dessa.

Den fotografiska emulsionen kan, såsom ofta framhållits, betraktas såsom en Wilsonkammare i miniatyr. Den har många fördelar framför dimkammarmetoden. Emulsionerna äro billiga och taga ett mycket litet utrymme. De äro under en lång och kontinuerlig tidsföljd i stånd att registera varje infallande (laddad) partikel. Emulsionens vikt är ringa, varför den är särskilt lämplig att transporteras med ballonger eller flyg till stora höjder i atmosfären. De tidigare påpekade nackdelarna, att man icke kunde tillämpa avböjning i ett magnetfält och ej registrera elektroner, existera ej mera. Det kan ytterligare påpekas, att man iakttagit π-mesonen och dess sönderfall endast i emulsioner, ej i Wilsonkammare.

1. Relationer mellan partikelenergi och räckvidd i luft

Laddade partiklars energiförluster vid passerandet av materie bero huvudsakligen på jonisation och excitation av närliggande atomer (oelastiska kollisioner). För räckvidden fann BETHE[1] ett uttryck av formen

$$R=\frac{M}{q^2}f(v_0) \qquad (1)$$

där v_0 betecknar hastigheten i utgångsläget, M partikelns massa och q dess laddning; q är för tyngre partiklar i allmänhet mindre än Ze (kärnladdningen). Samtidigt som hastigheten hos en tyngre partikel minskas, avtager dess laddning ($Z>1$) på grund av efterhand infångade elektroner. För α-partiklar med hastigheter motsvarande dem från naturligt radioaktiva ämnen minskas laddningen, $2e$, först alldeles nära banans slut, varför de teoretiska räckvidderna för α-partiklar och naturligtvis protoner och mesoner stämma väl överens med experimentella värden. LIVINGSTON och BETHE[1] ha framställt räckvidderna i kurvform för α-partiklar och protoner med luft såsom bromsande medium och härvid åstadkommit överensstämmelse med de experimentellt erhållna räckvidderna för α-partiklar emitterade från naturligt radioaktiva preparat. Det betraktade energiintervallet är 0—15 MeV.

Formel (1) visar, att α-partiklar och protoner, vilka ha samma hastighet, även ha lika stora räckvidder. Med beaktande av noggrannare värden för massorna fås följande strängare relation mellan protonens räckvidd $R_H(v)$ vid hastigheten v och α-partikelns räckvidd $R_a(v)$

$$R_H(v)=1{,}0072\,R_a(v)-0{,}20 \qquad (2)$$

där räckvidderna äro uttryckta i cm och den konstanta termen, 0,20 cm, korrigerar för den ökning av α-partikelns räckvidd som inträder, då laddningen varierar på grund av elektroninfångning mot slutet av banan, där partikelns hastighet är liten.

Energiförlusten per längdenhet är densamma för partiklar med samma laddning och samma hastighet. Härav följer, att de återstående räckvidderna äro proportionella mot partiklarnas energier och således mot deras massor. Kurvor för protoners räckvidd gälla sålunda exempelvis för deutroner, om räckvidder och energier multipliceras med 2.

2. Fotografiska emulsioner

En fotografisk emulsion består vanligen av silverbromidkorn i en gelatinhinna. Emulsionernas egenskaper och lämplighet för olika ändamål bero väsentligt av kornens storlek och antal.

För att ett silverbromidkorn vid framkallningen skall reduceras till metalliskt silver erfordras en viss excitation av kornet. Detta reduceras i så fall i sin helhet till silver. En kraftigt joniserande α-partikel förmår sålunda i allmänhet även vid passerandet av ett korns perifera delar excitera detta tillräckligt för att åstadkomma reduktion till silver vid framkallningen. En meson åstadkommer däremot på grund av sin större hastighet och mindre laddning mycket mindre jonisation. För att kunna registrera en sådan partikel måste man använda större kornstorlek och sålunda öka excitationen.

»Vanliga» fotografiska plåtar ha en emulsionstjocklek av ca 20 μ. Specialemulsioner avsedda för kärnfysikaliska undersökningar äro av 50, 100, 200 μ — ja t. o. m. 600 och 1200 μ tjocklek. För erhållandet av goda protonspår erfordras en korndiameter av 0,5—0,8 μ. Silverhalten hålles mycket hög i »nuclear emulsions», vilket medför ökad upplösningsförmåga vid studiet av spåren. De mest använda emulsionerna tillverkas nu av Ilford i England och Eastman Kodak Laboratories i U. S. A. Under senaste tid ha de elektronkänsliga emulsionerna Ilford G 5 och Kodak NT 4 fått stor användning.

Framkallningen av de tjocka emulsionerna kräver speciella konstgrepp. Det är ej vår mening att här gå in på denna detalj. Följande må dock nämnas: för att framkallningen skall verka lika kraftigt i alla skikt, oberoende av djupet, blötes emulsionen i framkallningsvätskan vid lägre temperatur (+5° C), vilket hejdar framkallningen. Temperaturen höjes därefter till rumstemperatur och hålles konstant, medan framkallningen pågår. Efter framkallningen sänkes temperaturen åter. Emulsionen sköljes och införes i stoppbad (ca 1 % ättiksyrelösning), där den får ligga under ungefär lika lång tid som den, vilken åtgick till blötningen före framkallningen. Temperaturen får sedan åter höjas, varefter emulsionen sköljes, fixeras och tvättas.[17]

Efter framkallningen har emulsionen krympt, så att tjockleken minskats med ca 50 %. Vid mätningar av spår måste man självfallet korrigera härför.

3. Partikelspår

Ett spår i emulsionen förorsakas av partikelns förmåga att jonisera. Jonisationen per längdenhet är i stort sett proportionell mot q^2/v^2 och sålunda oberoende av partikelns massa. Emedan α-partiklar, som redan nämnts, jonisera nästan alla passerade silverbromidkorn, kunna tyngre partiklar icke jonisera nämnvärt flera korn, vilket har till följd, att spåren vid normal framkallning

endast obetydligt skilja sig i tjocklek från spåren av α-partiklar. Snabba β-partiklar jonisera för litet för att efterlämna synliga spår i tidigare »nuclear research»-emulsioner, långsamma β-partiklar, med en energi av 0,02—0,1 MeV, kunna däremot registreras i elektronkänsliga emulsioner. Mesoner och snabba protoner åstadkomma långa spår av mer eller mindre vitt belägna, enskilda silverkorn. Spåren karakteriseras då av *korntätheten G*, dvs. antalet korn per längdenhet av banan. Korntätheten tilltager, då partikelns hastighet minskar, en företeelse som lätt iakttages i synnerhet beträffande protoner. En annan karakteristisk företeelse för snabba partiklar är *avlänkningen* (small angle scattering), dvs. riktningsändringen på grund av kollisioner med atomer. Vid höga energier kan man även iakttaga s. k. δ-spår, dvs. spår av elektroner, som partikeln utlöser i det bromsande mediet.

På grund av spårens ringa längd kan magnetisk avböjning ej användas på spåret i sin helhet i emulsionen. Men man kan använda sig av tvenne, av ett mellanliggande vakuum- eller gasskikt åtskilda emulsioner och låta avböjningen ske i detta mellanliggande skikt. Banan i detta är bestämd av spåren i de båda omgivande emulsionerna [18, 19].

Man finner sålunda, att följande egenskaper beträffande partikelspår kunna användas för beräkning av partiklarnas massa och energi [2]:

a) partikelns räckvidd R; b) korntäthet G; c) medelavlänkning Θ; d) antal δ-spår längs banan, n; e) magnetisk avböjning.

4. Räckvidd

De ovan anförda betraktelserna över en partikels massa, energi och räckvidd gälla i stort sett även för emulsioner, ehuru räckvidden här är ca 1700 gånger mindre än den i luft. Detta tal utgör den s. k. *bromsningsförmågan* hos emulsionen och beror i någon mån av räckvidden. Sålunda är för α-partiklar av 2,5 cm räckvidd (4 MeV energi) bromsningsförmågan uti »Ilford nuclear research emulsions» 1660, för 7,36 cm räckvidd (8 MeV energi) åter 1780. Bromsningsförmågan ökar sålunda långsamt med räckvidden eller energien.

Lattes, Fowler och Cuer [3] undersökte (1947) bromsningsförmågan i ovan nämnda emulsioner för α-partiklar och protoner såsom funktion av räckvidden genom att använda olika, homogena α-partikelgrupper från naturligt radioaktiva preparat. Dessutom användes grupper av protoner och α-partiklar emitterade från lätta element under bombardement med deutroner av 900 KeV energi. På detta sätt erhölls i kombination med Livingston's och

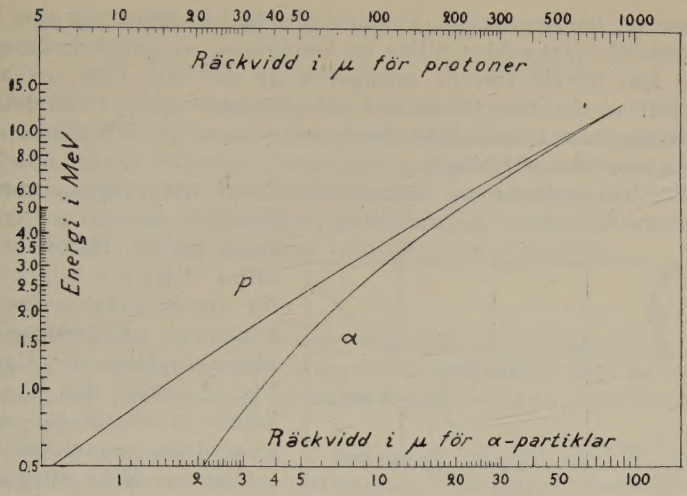


Fig. 1. Energien såsom funktion av räckvidden hos α-partiklar och protoner i Ilford »Nuclear Research» emulsioner.

BETHE's resultat energi-räckviddskurvor för protoner inom intervallet 1—13 MeV, för α-partiklar inom energiområdet 2—11 MeV (se fig. 1).

Vid jämförande av energi-räckviddsrelationer för partiklar med en laddning lika med elementarkvantum funno CAMERINI och LATTES, att energien E (uttryckt i MeV) i samtliga fall kunde framställas genom relationen

$$E = 0{,}262\, M^{0{,}425}\, R^{0{,}575} \qquad (3)$$

där M är massan uttryckt i enheter av protonens massa och R räckvidden i μ i emulsionen (Ilford »Nuclear research emulsion»).

I många fall känner man omedelbart arten av de partiklar, vars energi det gäller att bestämma. Det kan t. ex. vara fråga om en (p α) eller en (α p)-process. Då är användningen av emulsioner ytterst enkel. Man har endast att uppmäta spårets räckvidd och använda energi-räckviddskurvan för att få den sökta energien. Ett annat exempel är studiet av det naturliga radioaktiva sönderfallet med hjälp av emulsioner, som preparerats med salter av uran eller thorium.[16]

5. Korntäthet

Emedan korntätheten ej beror av massan, utan endast av partikelns laddning och hastighet, medan å andra sidan räckvidderna (vid samma laddning och hastighet) äro proportionella mot

massorna, bör en räkning av korntätheten i kombination med den återstående räckvidden tillåta en bestämning av partikelns massa. Man kan härvid förfara exempelvis på det sätt, som användes år 1947 av LATTES, OCCHIALINI och POWELL [4] vid påvisandet av förekomsten av tvenne olika stora mesonmassor (π- och μ-mesoner) i den kosmiska strålningen.

För beräkningen av korntätheten i ett spår räknas antalet individuella korn i successiva intervaller av 50 μ längd längs banan. Härefter avsättes $^{10}\log N$ = logaritmen för *totala* antalet korn i banan av räckvidden R såsom funktion av $^{10}\log R$. Fig. 2 visar det så erhållna resultatet för spår av protoner, π-mesoner och μ-mesoner. R är uttryckt i skaldelar av mikrometerskruven på det använda mikroskopet, 1 skaldel = = 0,85 μ. Man ser, att varje partikelslag representeras av en kurva, som i det närmaste är en rät linje. Alla räta linjer, som bilda 45° vinkel med koordinataxlarna, skära proton- och mesonlinjerna i punkter, som svara mot lika stor korntäthet. Detta inses av att för en 45°-linje $^{10}\log N = {}^{10}\log R + {}^{10}\log C$ eller $dN/dR = C$, där C är en konstant. Under antagande av att laddningen är densamma ($\pm e$) böra de korresponderande återstående räckvidderna förhålla sig som partiklarnas massor. På detta sätt erhölls ur fig. 2 resultatet $m_\pi/m_\mu = 2{,}0$. Enligt diagrammet fås för π-mesonens massa ett värde = 1/5,6 av protonens eller sålunda ca 330 m_e.

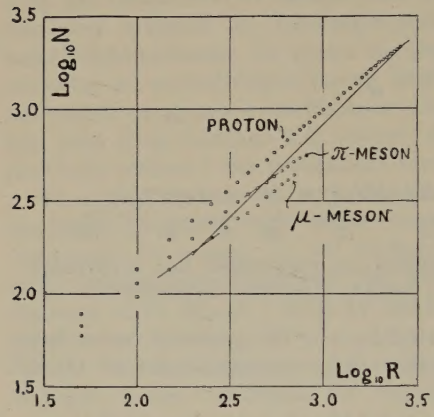


Fig. 2. Logaritmen för totala antalet N korn såsom funktion av logaritmen för räckvidden R, uttryckt i skaldelar på okularmikrometern. Fig. ur litt. nr 4 (LATTES, OCCHIALINI och POWELL).

Det kan nämnas, att man — förutom de tidigare omtalade π- och μ-mesonerna — med σ betecknat mesoner, som åstadkomma stjärnor och med ϱ mesoner, som sluta i emulsionen utan att föranleda något synligt resultat. μ-mesonerna sönderfalla under emission av en snabb elektron och ha alla samma räckvidd av storleksordningen 600 μ, motsvarande en energi av 4 MeV. GOLDSCHMIDT-CLERMONT, KING, MUIRHEAD och RITSON [7] funno 1948 följande värden för dessa mesoners massor.

π	$260 \pm 30\ m_e$	σ	$275 \pm 15\ m_e$
μ	$205 \pm 20\ m_e$	ϱ	$200 \pm 10\ m_e$

Sedan 1949 talar man om negativa och positiva μ-mesoner [9] i stället för de lika tunga μ- och ϱ-mesonerna. Likaså anses σ-mesonen vara en negativ π-meson. μ-mesonernas sönderfallselektroner kunna numera registreras i elektronkänsliga emulsioner,[10] och deras energi bestämmas [15] (kontinuerlig fördelning, i medeltal 40 MeV). Man antager, att det samtidigt utsändes tvenne neutrinos.

6. Fading

Om lång tid förflyter mellan excitation och framkallning, förlora de exciterade bromsilverkornen i emulsionen efter hand sin förmåga att reduceras till silver vid framkallningen. Detta fenomen kallas *fading*.

Fading-fenomenet beror i hög grad av det sätt på vilket emulsionen förvaras under mellantiden. Sålunda går korntätheten ned med ca hälften under en tid av två veckor under »vanliga» lagringsförhållanden. Torr luft och låg temperatur minska kraftigt fadingen, likaså vakuum. Ångor av vatten och vätesuperoxid kunna helt utplåna all excitation. Dessa ämnen användas därför, då man önskar avlägsna den bakgrund av partikelspår, som under odefinierade förhållanden alstrats genom höjdstrålning eller radioaktiv infektion under lagringstiden före den tidpunkt, varunder man önskar använda emulsionen för registreringsändamål.

Det är uppenbart, att fadingen kan påverka resultaten vid användandet av metoder baserade på räkning av korntäthet. Man måste därför se till, att fadingen blir möjligast liten och för detta ändamål bl. a. icke använda sig av för långa exponeringstider.

7. Avlänkning

Den ovannämnda nackdelen med fading är helt obefintlig, då man gör bruk av partikelns Coulomb-avlänkning vid kollisioner med emulsionens atomer. Denna metod är dock användbar endast för partiklar med liten massa och mycket hög energi, ända upp till 1000 MeV. Deras räckvidd är härvid så stor, att man oftast icke kan registrera dem i emulsionerna.

Metoden med multipel avlänkning har ingående beskrivits av Goldschmidt-Clermont.[8]

Det är givetvis mycket lättare att experimentellt mäta ett partikelspårs avlänkning i emulsionens plan än vinkelrätt däremot. Sannolika förloppet av spåret har därför även beräknats för dess projektion i ett plan. Spårets förlopp karakteriseras av en para-

meter, medelavlänkningen (mean angle of scattering) Θ mellan två successiva tangenter till spårets projektion. Avståndet mellan tangeringspunkterna betecknas med t och kallas cell-längd. Θ är det aritmetiska medelvärdet av de absoluta beloppen av vinklarna mellan två successiva tangenter.

Medelavlänkningens beroende av energin och cell-längden kan uttryckas genom formeln

$$\Theta = \frac{2ze^2\sqrt{t}\,\sqrt{\sum_i N_i Z_i^2}}{Mv^2\xi}\,\varphi \qquad (4)$$

där M, z och v äro restmassa, laddning och hastighet hos den avlänkade partikeln, Z_i och N_i äro laddningen hos och antalet per volymenhet av de avlänkande kärnorna, e elektronens laddning, c ljusets hastighet, $\beta = v/c$ och $\xi = (1-\beta^2)^{-1/2}$ samt φ en funktion, som långsamt varierar med v och t.

För Kodak NT 4 plåtar gäller

$$\Theta = \frac{0{,}502}{Mc^2}\cdot\frac{2(1+\zeta)}{\zeta(2+\zeta)}\sqrt{t}\cdot\varphi \qquad (4')$$

med t uttryckt i μ, Θ i grader och ζ = partikelns energi med vilomassans energivärde såsom enhet, således $\zeta = E/Mc^2$. För Ilford G 5 och C_2 plåtar gälla värden för Θ, som äro 2 resp. 1 % större.

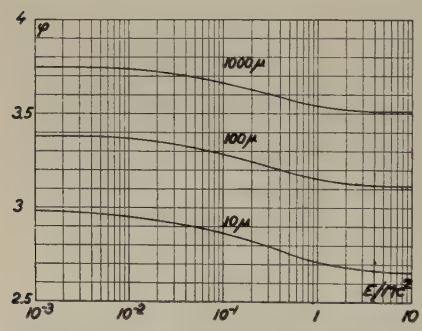


Fig. 3. φ såsom funktion av E/Mc^2 då laddningen = e. Fig. ur litt. nr 8 (Goldschmidt-Clermont).

φ såsom funktion av E/Mc^2 framställes grafiskt i fig. 3 för det fall, att laddningen är = elementarladdningen. φ varierar endast obetydligt med emulsioner av olika fabrikat. Fig. 4 visar medelavlänkningen Θ såsom funktion av energin för standardiserade cell-längder $t = 100\,\mu$ och laddningen = e.

Av fig. 4 framgår, att Θ varierar endast obetydligt med massan. En kännedom av Θ ger därför en uppfattning om storleksordningen hos energin. Om massan är känd, fås energin ur fig. 4 med samma noggrannhet, som man har för Θ.

(4) kan skrivas under formen

$$M\Theta = F(v) \qquad (5)$$

där $F(v)$ endast beror av partikelns hastighet, ej av dess massa.

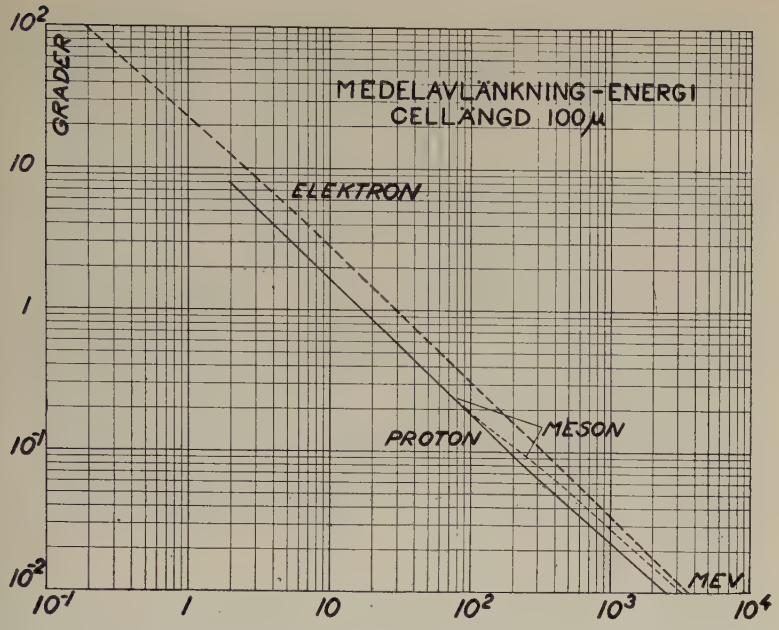


Fig. 4. Medelavlänkningen Θ såsom funktion av energien för standardiserade cell-längder $t = 100$ μ och laddningen $= e$. Fig. ur litt. nr 8 (Goldschmidt-Clermont).

Om $E \ll Mc^2$, kan (5) skrivas

$$E\Theta = C\sqrt{t} \tag{6}$$

där $C = 0{,}502\,\varphi$ är en funktion, som långsamt varierar med E och t och i vissa fall (se följande paragraf) kan betraktas såsom konstant.

8. Avlänkning och räckvidd

Lattimore,[6] Goldschmidt-Clermont, King, Muirhead och Ritson[7] kombinerade först avlänkningsmätningar med räckviddsobservationer (1948). Ekv. (6) visar, att produkten av energi och medelavlänkning är en känd konstant. Energin är ej känd i varje cell men kan beräknas såsom en funktion av massa och räckvidd i enlighet med formeln (3). Om E elimineras, *fås* ur (6) och (3)

$$M = \left[\frac{C\sqrt{t}}{0{,}262\,\Theta R^{0{,}575}}\right]^{\frac{1}{0{,}425}} \tag{7}$$

Det är svårt att draga en tangent till en kurva representerad av ett antal punkter med statistisk fördelning, s. k. »brusnivå».

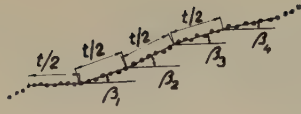


Fig. 5. Bestämning av medelavlänkningen Θ genom uppritning av successiva sekanter, vilka nära ansluta sig till kornen i »halvceller» av längden $t/2$. Θ=aritmetiska medeltalet av absoluta värdet av vinklarna $\alpha_1=\beta_3-\beta_1$, $\alpha_2=\beta_4-\beta_2$, ... Fig. ur litt. nr 8 (GOLDSCHMIDT-CLERMONT).

Vinkeln mellan tvenne successiva tangenter blir dåligt bestämd. Man föredrager därför att i stället för tangenter upprita sekanter som möjligast nära ansluta sig till kornen i successiva halvceller. Såsom ett experimentellt erhållet värde på medelavlänkningen Θ fås då medeltalet av absoluta värdet av vinklarna $\alpha_1=\beta_3-\beta_1$, $\alpha_2=\beta_4-\beta_2$ ... (jfr fig. 5). I detta fall, när vi kombinera avlänkning med räckvidd och önska använda formeln (7), tages lämpligen medelvärdet av absoluta beloppen av produkterna $\alpha_i R_i^{0,575}$. Då detta medelvärde införes i stället för $\Theta R^{0,575}$ i formeln (7), fås partikelns massa M.

Då räckvidden ökas, minskas medelavlänkningen, och det blir nödvändigt att använda längre celler.

9. Tyngre partiklar

FREIER, LÖFGREN, NEY, OPPENHEIMER, BRADT och PETERS [11] funno år 1948 spår av atomkärnor med en laddning ända upp till 40 och med kinetiska energier av ca 500 MeV *per nucleon* i fotografiska emulsioner, som exponerats på ca 27 km höjd. I vissa fall kunde spåren följas genom hela uppsättningen av 12 plåtar (varje glasskiva 1,4 mm tjock), och räckvidden uppskattades ibland vara större än 7,5 cm. Vid dessa stora hastigheter måste atomkärnorna anses vara helt utan elektronhölje. För masstalet M kan därför approximativt sättas $2Z$.

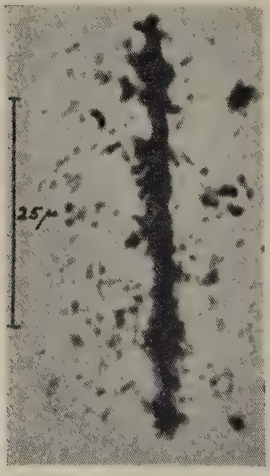


Fig. 6. Spår av tung kosmisk partikel med stort antal δ-spår. Fig. ur litt. nr 11 (PHYLLIS FREIER, LÖFGREN, NEY, OPPENHEIMER, BRADT och PETERS).

Om en partikel är tung, består spåret i emulsionen ej längre av särskilda korn. Spåret utgöres då av en massiv silverådra, vars diameter är flera gånger större än kornens diameter. Denna stora diameter är en följd av det stora antal sekundärelektroner (δ-rays), som emitteras i omedelbar

närhet av banan (se fig. 6). BRADT och PETERS [12] beräknade laddningen Z och energien E dels ur räckvidden och specifika energiförlusten, dels laddningen Z ur räckvidden och δ-strålningstätheten.

10. Räckvidd och specifik energiförlust

Den specifika energiförlusten K bestämmes genom jämförelse av spårets korntäthet med den hos ett spår av en känd partikel med känd energi.

Om räckvidd och specifik energiförlust kan mätas, fås laddning och energi på följande sätt. Låt E, R, K, β beteckna kinetisk energi,

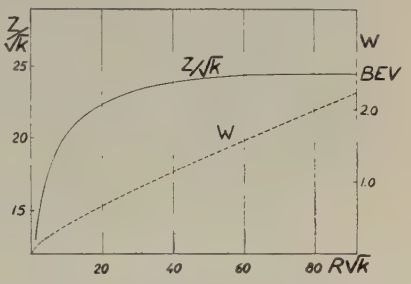


Fig. 7. Bestämning av laddningen eZ och kinetiska energien E ur räckvidden R och specifika energiförlusten K; $W=E/2Z$ är den kinetiska energien per nucleon. R uttryckt i g/cm² aluminium ekvivalent. Specifika energiförlusten K uttryckt i MeV/(mg/cm²); 1 BeV = 1000 MeV. Fig. ur litt. nr 12 (BRADT och PETERS).

räckvidd, specifik energiförlust och hastighet relativt ljusets hos partikeln och E', R', K', β' motsvarande storheter för protonen. Då är $\beta\equiv\beta'$, $E/2Z=E'=$ den kinetiska energien per nucleon, $K=Z^2K'$ och $R=\frac{M}{Z^2}\cdot R'$. Då E', K' och R' äro kända funktioner av hastigheten kunna även $Z/\sqrt{K}=1/\sqrt{K'}$ och $W=E/2Z=E'$ uppritas såsom funktioner av $R\sqrt{K}$ (fig. 7). Z och W kunna således lätt beräknas, då R och K äro kända. Genom dylika beräkningar funno BRADT och PETERS bl. a., att 12 spår av lätta joner hade laddningar lika med 6, 7 och 8. Detta visade att atomer av kol, kväve och syre äro närvarande i den kosmiska strålningen.

11. Räckvidd och δ-spårtäthet

Mätning av δ-spårtätheten, antalet δ-spår per längdenhet av banan, tillika med räckvidden ger för tunga partiklar ett tillförlitligare värde på laddningen Z än det man erhåller ur korntätheten. Principen för BRADT och PETERS' metod att bestämma Z är i stora drag följande.

Antalet δ-strålar per cm av banan och med kinetiska energier inom intervallet W_1 till W_2 är (med försummande av en relativistisk korrektion)

$$n=2\pi N(e^2/m_ec^2)^2[m_ec^2/W_1-m_ec^2/W_2]Z^2/\beta^2, \qquad (8)$$

där m_e är elektronens massa, Z och β partikelns laddning och

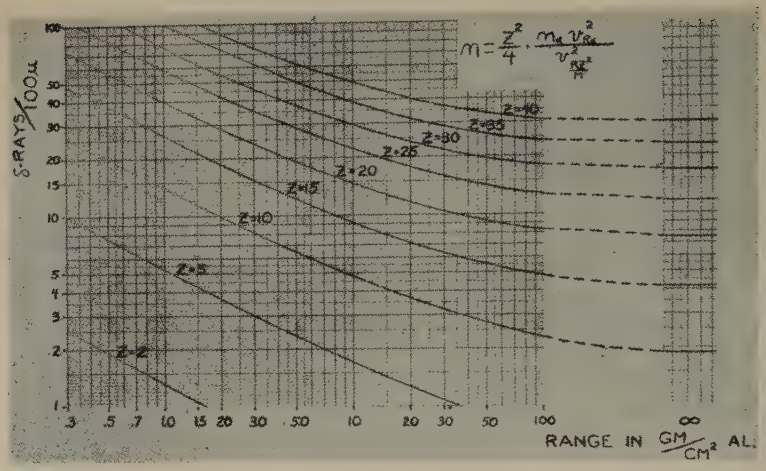


Fig. 8. Bestämning av laddningen Z ur räckvidden R och spårtätheten n. Fig. ur litt. nr 12 (BRADT och PETERS).

hastighet i förhållande till ljusets och N antalet elektroner per cm³ av det bromsande materialet.

Då vi vid räknandet av antalet δ-spår ha att beakta alla spår, som uppfylla ett visst kriterium beträffande energiintervallet W_1 till W_2, komma antalet δ-spår per cm av banan enligt (8) att bli proportionellt mot Z^2/β^2.

För kalibreringsändamål bestrålades emulsioner med α-partiklar från 184 tums cyklotronen i Berkeley. I Eastman NTB-emulsioner erhöllos för α-partiklar av 368 MeV energi ($\beta^2=0{,}164$) $0{,}76\pm0{,}08$ δ-strålar per 100 μ, vid 168 MeV ($\beta^2=0{,}084$) åter $1{,}3\pm0{,}2$; $n\beta^2$ är i de båda fallen $0{,}125\pm0{,}01$ resp. $0{,}11\pm0{,}02$, alltså praktiskt taget konstant. Såsom kriterium på δ-strålar antogs villkoret, att minst 4 korn skulle ligga i rät linje. Ca 16 % av det teoretiska värdet n för antalet δ-spår iakttogs. För de mindre känsliga Ilford C_2-emulsionerna var motsvarande tal 10 %.

För att finna en okänd partikels laddning Z har man att jämföra δ-tätheten vid en given räckvidd R med δ-tätheten för en α-partikel med känd räckvidd i samma emulsion.

Ur (8) erhålles $$n/n_\alpha=(Z^2/Z_\alpha^2)(\beta_\alpha^2/\beta^2)$$

β^2 är en experimentellt känd funktion ψ av protonens räckvidd $R'=RZ^2/M\approx RZ/2$ (ty för lättare element är $M\approx 2Z$). Man kan således skriva $\beta^2=\psi(RZ/2)$, vilket insatt i uttrycket för n/n_α ger

$$n=(Z^2/4)n_\alpha\beta_\alpha^2/\psi(RZ/2) \qquad (9)$$

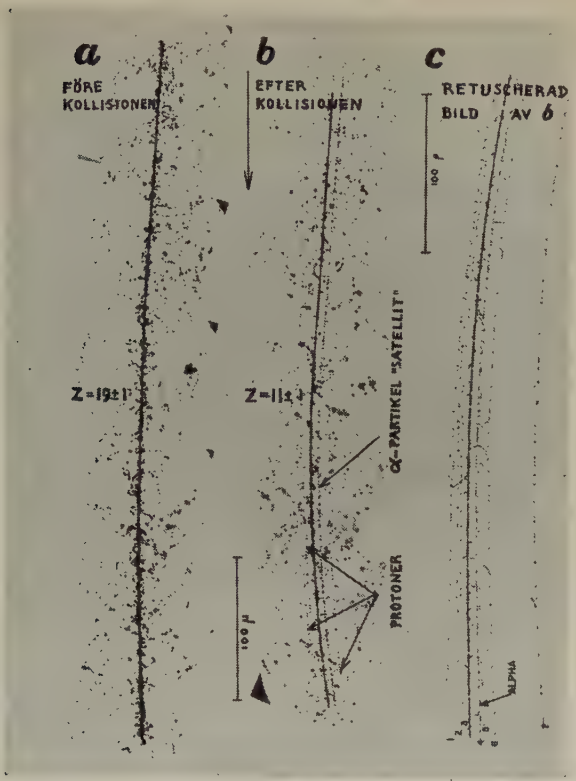


Fig. 9. a) Spår av en kaliumkärna före kollisionen med en atomkärna i glaset. b) Spår av en trång skur, som härrör från nämnda kollision. c) Retuscherad bild av b; c har erhållits genom kombination av flere fotografier av typen b men med olika djupfokusering. Fig. 9 är en reproduktion av fotografier, som prof. B. PETERS haft vänligheten ställa till författarens disposition. Jämför även litt. nr 13 (BRADT och PETERS).

Fig. 8 visar $\log n$ såsom funktion av $\log R$ för olika värden på Z. Diagrammet gäller för Ilford C_2-emulsioner.

För en partikel, som går genom flera emulsioner och slutar i en sådan, så att räckvidden är känd, fås flera av varandra oberoende bestämningar av Z med hjälp av diagrammet i fig. 8. Utförda mätningar visa god överensstämmelse vid bestämmandet av Z.

Dessa metoder, använda av BARDT* och PETERS, äro givetvis av största betydelse vid utforskandet av den kosmiska strålningen.

* H. L. BRADT avled i maj detta år.

Förekomsten av tunga joner i denna har påvisats, och fördelningen av atomkärnor synes vara densamma som för elementen i allmänhet.

De infallande partiklarna kunna på grund av sin enorma energi utstöta nucleoner från atomkärnor, som träffas av dessa projektiler. Likaså kunna delar av atomkärnan avsöndras eller helt uppdelas, härvid föranledande smala, genomträngande skurar [13] av i allmänhet relativistiska protoner, α-partiklar och tunga fragment. Dessa relativistiska partiklar ha ej tidigare observerats, emedan de på grund av sin stora hastighet registreras endast i elektronkänsliga emulsioner. För energien hos en järnkärna, som utlöste en dylik skur, uppskattades energien till 500 000 MeV. Fig. 9 a visar spåret av en kaliumkärna, sådant det ter sig före kollisionen med en atomkärna i glaset. Fig. 9 b visar den trånga skur, som uppstod. Den består, såsom framgår av den retuscherade bilden 9 c, av ett tungt fragment med $Z=11$, en α-partikel och 6 protoner, varav 3 äro synliga på bilden b. Spårets krökning beror på förskjutningar i emulsionen.

12. Beräkning av högenergetiska γ-strålars energi

γ-strålar, vilkas energi är större än 1 MeV, kunna åstadkomma parbildning. För materialisationen av ett positron-elektronpar åtgår en energi av 1 MeV; resten av energin blir kinetisk energi hos positronen och elektronen. Om parbildningen sker i en elektronkänslig emulsion, är det möjligt att genom mätning av medelavlänkningen hos positronen och elektronen bestämma dessas och således även att beräkna γ-strålens energi. Dylika försök beskrivas av Coates och Herz [14] (1949), som undersökte parbildningen dels vid en 25 MeV synkrotron, dels den vid kosmisk strålning. Denna metod tillämpas nu vid undersökningar av den kosmiska strålningen.

13. Magnetisk avböjning

Powell och Rosenblum [18] använde år 1948 en anordning med tvenne plåtar, vilkas emulsioner voro riktade mot och på 3 mm avstånd från varandra. De sålunda orienterade, parallella plåtarna placerades mellan polytorna av en permanent magnet, som gav ett fält av 8600 gauss, vinkelrätt mot emulsionerna. En meson, som inträngер i den ena emulsionen, har då i allmänhet även passerat den andra och i rummet mellan plåtarna beskrivit en spiralformig bana. Produkten $H\varrho$ av magnetfältets styrka och banans (egentligen projektionens på polytan) krökningsradie ger då ett mått på mesonens impuls (egentligen den komponent, som är parallell med polytorna). Om partikeln dessutom stannar i emulsionen, fås

ur den observerade räckvidden ett mått på partikelns hastighet såsom funktion av massan. De båda observationerna ge, kombinerade, partikelns massa. För att definiera emulsionernas läge i förhållande till varandra framställdes med hjälp av ett ytterst fint röntgenstrålknippe ett geometriskt punktgitter i vardera emulsionen.

Igenkännandet av korresponderande partikelspår underlättas av följande tvenne fakta. En partikel lämnar den ena emulsionen under samma vinkel som den tränger in i den andra. Förlängningarna av spårens projektioner i ett plan parallellt med emulsionerna skära varandra i en punkt, som har samma avstånd till spårens in- och utträdespunkter. Spårens korntäthet och andra egenskaper äro lika i närheten av nämnda punkter.

Förutom den större noggrannhet denna metod med magnetisk avböjning erbjuder har den fördelen att samtidigt avslöja laddningens tecken.

Franzinetti [19] (1950) exponerade plåtar på detta sätt på Jungfraujoch (3300 m) och fann följande fördelning av 360 observerade partiklar: protoner 48 ± 4 %, deutroner 16 ± 2 %, tyngre partiklar 11 ± 2 %, π^+-mesoner 4 ± 1 %, π^--mesoner $5{,}4 \pm 2$ %, μ^+-mesoner $8{,}5 \pm 1{,}5$ % och μ^--mesoner $8 \pm 2{,}4$ %. Spår av mesoner av storleksordningen 1000 m_e, vilka en del forskare trott sig finna, kunde ej upptäckas.

En utförligare artikel över beräkningen av kärnpartiklars energi, laddning och massa ur deras spår i fotografiska emulsioner kommer att ingå i det nya kompendium i kärnfysik (del II), som under hösten 1950 utges av Vetenskapsakademiens Forskningsinstitut för Fysik.

Litteratur

1. M. S. Livingston and H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys. *9*, 212, 1937.
2. G. Occhialini, Centre de Physique Nucléaire de l'Université Libre de Bruxelles, No 11 a, Février 1950.
3. C. M. G. Lattes, P. H. Fowler, and P. Cuer, Proc. Phys. Soc. *59*, 883, 1947.
4. C. M. G. Lattes, G. P. S. Occhialini, and C. F. Powell, Nature *160*, 453, 1947.
5. C. M. G. Lattes, G. P. S. Occhialini, and C. F. Powell, Proc. Phys. Soc. *61*, 173, 1948.
6. S. Lattimore, Nature *161*, 518, 1948.
7. Y. Goldschmidt-Clermont, D. T. King, H. Muirhead, and D. M. Ritson, Proc. Phys. Soc. *61*, 183, 1948.
8. Y. Goldschmidt-Clermont, Centre de Physique Nucléaire de l'Université Libre de Bruxelles, No 14, Février 1950.

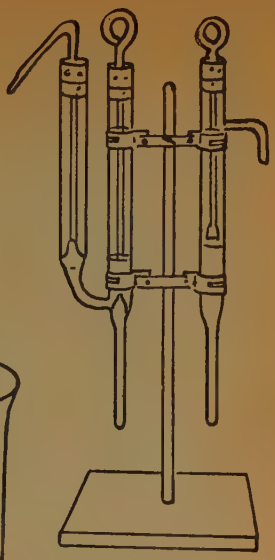
9. M. G. E. Cosyns, C. C. Dilworth, G. P. S. Occhialini, and M. Schoenberg, Proc. Phys. Soc. *62*, 801, 1949.
10. R. Brown, U. Camerini, P. H. Fowler, H. Muirhead, C. F. Powell, and D. M. Ritson, Nature, *163*, 47, 82, 1949.
11. Phyllis Frier, E. J. Löfgren, E. P. Ney, F. Oppenheimer, H. L. Bradt, and B. Peters, Phys. Rev. *74*, 213, 1948.
12. H. L. Bradt and B. Peters, Phys. Rev. *74*, 1828, 1948.
13. H. L. Bradt and B. Peters, Phys. Rev. *75*, 1779, 1949.
14. A. C. Coates and R. H. Herz, Phil. Mag. *40*, 1088, 1949.
15. J. H. Davies, W. O. Lock, and H. Muirhead, Phil. Mag. *40*, 1250, 1949.
16. R. Westöö och J. Österlöf, Elementa *30*, 162, 1947.
17. C. C. Dilworth, G. Occhialini, L. Vermaesen, Centre de Physique Nucléaire de l'Université Libre de Bruxelles, No 13 a, Février 1950.
18. C. F. Powell, S. Rosenblum, Nature *161*, 473, 1948.
19. C. Franzinetti, Phil. Mag. *41*, 86, 1950.

Översikter

20. M. M. Shapiro, Tracks of Nuclear Particles in Photographic Emulsions, Rev. Mod. Phys. *13*, 58, 1941.
21. L. Carlbom, Tunga kärnpartiklars spår i fotografiska emulsioner. Kosmos, *25*, 121, 1947.
22. Y. Axner, Nya experimentella mesonundersökningar. Kosmos, *26*, 54, 1948.
23. H. Yagoda, Radioactive Measurements with Nuclear Emulsions, New York och London 1949.

Se även 2, 8, och 17.

Fysik
Kemi



Laboratoriematerielen har Gumperts!

Utöver vår tidigare materiel för skolor har nu tillkommit utrustning för laboratorier.

I dagarna utsända vi en ny fullständigt omarbetad katalog.

Rekvirera den i dag!

Gumperts AB

GÖTEBORG

SKOLAVDELNINGEN

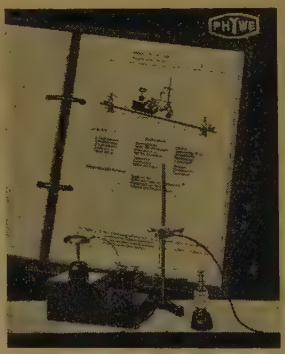
PHYWE

- För den moderna undervisningen - byggfysik

Phywe-fabriken fortsätter på den inslagna vägen — systemet med byggdelar — och täcker genom sina kompletteringssatser allt vidare områden av fysiken. F. n. föreligga följande satser:

	Grundsatsen	*Med komplettering*
Mekanik	35 försök	210 försök
El-lära	65 »	210 »
Optik	50 »	120 »

För att på ett enkelt sätt få byggfysikens stora möjligheter demonstrerade, beställ "Die Physik in Versuchen".



Samlingspärmen "Die Physik in Versuchen" kan f. n. levereras omgående från lager i följande kombinationer:

GK	**Grundlagenkartei**	150 försök	Kr. 22:—
E	**El-lära**	210 »	» 30:—
Op	**Optik**	120 »	» 18:—
Ek	**El-lära, kompl. till Grundlagenkartei**	145 »	» 21:—

Varje sommar anordnar Phywe-fabriken kurser i Göttingen för fysiklärare från hela världen. Detta år deltogo 30 svenskar. Enstämmigt har förklarats, att dessa kurser äro enastående instruktiva och intressanta. För 1951 väntas ännu större deltagande och intresserade bedja vi i god tid lämna in sina anmälningar.

ELEKTRONIKBOLAGET AB

Kungsgatan 34 — Stockholm

Avd. Phywematerial Tel. 216293

Scintillationsräknare III

Undersökning av kärnnivåer

Av fil. kand. Bo Aler och
fil. lic. Richard Westöö, Stockholm

En atomkärnas övergång från ett tillstånd till ett annat sker ofta i flera steg via mellanliggande kortlivade tillstånd. Vid varje delsprång utsändes ett kvantum eller en partikel (negativa elektroner vanligast). Då vilotiden i det mellanliggande kärntillståndet är försvinnande, uppfattas de på varandra följande sprången som samtidiga.

För att studera dylika sönderfall kopplar man ofta två detektorer i *koincidens*, dvs. så att ett förlopp registreras, endast om båda detektorerna samtidigt aktiveras. Om strålningen vid ett språng aktiverar den ena detektorn och strålningen vid efterföljande språng hos samma kärna den andra, ger alltså detta kaskadsönderfall ett koincidensutslag.

Med koincidenskoppling kan man alltså avgöra, om ett preparat sänder γ-strålar av olika energi i kaskad under successiv kärnomvandling eller sänder dem oberoende av varandra, då kärnorna på alternativa vägar övergå till lägre energinivåer. Endast i det förra fallet äro koincidenser att vänta.

Med koincidensmetoden kan man alltså utreda sönderfallsschemata (1).[1] Men dessutom ger den, som vi skola se, värdefulla upplysningar om de kortlivade tillstånd, som kärnan passerar igenom.

För att förstå *scintillationsräknarens* stora användbarhet i detta sammanhang måste vi först undersöka de villkor, detektorer och koincidenskoppling måste uppfylla, om en pålitlig räkning av koincidenser skall vara möjlig.

Villkor för koincidensräkning

Vi antaga, att båda detektorerna (fig. 1) reagera för γ- men ej för β-strålning, och att all γ-strålning härrör från att N kärnor per sek i preparatet utsända ett första kvantum, omedelbart följt av ett andra.

[1] Se litteraturhänvisningar, sid. 187.

De identiska detektorerna, upptaga rymdvinkeln $4\pi\omega$ från preparatet och ha effektiviteterna ε_1 och ε_2 för de två γ-energierna. Då räknas

$$N_\gamma = N\omega(\varepsilon_1+\varepsilon_2) \tag{1}$$

kvanta per sek i varje detektor.

Antalet *reella koincidenser* per sek blir

$$N_{\gamma\gamma} = N\omega\varepsilon_1 \cdot \omega\varepsilon_2 + N\omega\varepsilon_2 \cdot \omega\varepsilon_1 = 2N\omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2 \tag{2}$$

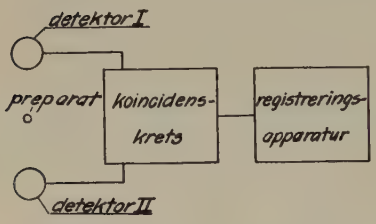


Fig. 1. Principschema för koincidenskoppling.

Apparaturen kan ej göras hur snabbverkande som helst. Därför ger koincidenskretsen en utgående signal inte endast då räknarna aktiveras samtidigt utan även då det sker med ett visst tidsmellanrum, mindre än *upplösningstiden* t_u. Detta gör att s. k. *tillfälliga koincidenser* uppstå mellan kvanta, som ej höra till samma sönderfall. Antag, att den ena räknaren ger en impuls vid tiden t. Sannolikheten för att en härav oberoende impuls alstras i den andra under tidsintervallet $t-t_u$ till $t+t_u$ är $2N_\gamma t_u$ (om $2N_\gamma t_u \ll 1$). Antalet tillfälliga koincidenser per sek blir därför

$$N_{t_u} = 2N_\gamma^2 t_u \tag{3}$$

så att den *observerade koincidenshastigheten* blir

$$N_k = N_{\gamma\gamma} + N_{t_u} \tag{4}$$

Man skall alltså beräkna den reella koincidenshastigheten $N_{\gamma\gamma}$ ur den observerade genom att korrigera för de tillfälliga koincidenserna. I uttrycket för N_{t_u} känner man N_γ, den enskilda detektorns räknehastighet, med stor noggrannhet. Man bestämmer vanligen t_u genom att samtidigt låta ett preparat aktivera den ena och ett annat den andra räknaren. Denna bestämning kan göras lika noggrann som mätningen av N_k.

För att det sökta $N_{\gamma\gamma}$ ej skall framkomma som en liten skillnad mellan två stora tal, bör man välja preparatstyrkan, så att kvoten $N_{t_u}/N_{\gamma\gamma}$ *blir* < 1. Enligt ekv. (1), (2) och (3) är

$$\frac{N_{t_u}}{N_{\gamma\gamma}} = \frac{2N^2\omega^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2 \cdot t_u}{2N\omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2} \sim 4Nt_u \qquad (\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2) \tag{5}$$

och understiger alltså 1 för

$$N < \frac{1}{4t_u} \tag{6}$$

Storleksordningen hos det statistiska felet i $N_{\gamma\gamma}$ erhåller man enkelt, om korrektionen N_{t_u} försummas. Då kan (enl. ekv. (2)) *relativa medelfelet* i $N_{\gamma\gamma}$ vid en över T sek utsträckt räkning skrivas

$$\frac{\sqrt{N_{\gamma\gamma}T}}{N_{\gamma\gamma}T} = \frac{1}{\omega\sqrt{2\varepsilon_1\varepsilon_2 NT}} \qquad (7)$$

För att under kortaste mättid T få så litet fel som möjligt i koincidenshastigheten $N_{\gamma\gamma}$ skall man alltså välja vinkeln ω och effektiviteterna ε_1 och ε_2 så stora som möjligt och preparatstyrkan N så hög, som villkoret (6) medger. Detta visar, hur viktigt det är att driva upp apparatens snabbhet, dvs. arbeta med litet t_u.

Jämförelse med äldre detektortyper

Hos vanliga *Geiger-Müller-rör* äro effektiviteterna $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2 \sim 0{,}01$ och vinkeln $\omega < 0{,}1$. Tidsfördröjningen mellan kvantats absorption och den elektriska impulsen varierar mellan 0 och $3 \cdot 10^{-7}$ sek, varför koincidenskretsens upplösningstid måste sättas till detta sistnämnda värde. Enligt villkor (6) bör N alltså inte väljas större än $5 \cdot 10^5$ sek^{-1}. Då erhåller man enligt uttrycket (7) relativa medelfelet 0,01 i koincidenshastigheten efter 10^4 sek mättid, dvs. efter 3 tim.

G-M-rör ha också en dödtid, 100—200 μs. Detta bidrager till att begränsa den användbara räknehastigheten och preparatstyrkan, särskilt i de här icke berörda koincidenserna mellan β- och γ-strålning.

I en *proportionalräknare* strypes jonlavinen på ett tidigt stadium, så att dödtiden blir mycket mindre än i ett G-M-rör (ca $3 \cdot 10^{-8}$ sek) men osäkerheten i tidsfördröjningen hos stora proportionalräknare är av samma storleksordning som i G-M-rör, och man ledes alltså till nästan lika långa räknetider.

I de fall, där man är intresserad av strålningens riktning, måste vinkeln ω göras mindre än 0,01. Om man fordrar samma noggrannhet som ovan, blir mättiden 10^6 sek, dvs. 2 veckor! Sådana undersökningar bli alltså praktiskt nästan ogenomförbara med G-M-rör.

Egenskaperna hos *scintillationsräknare* ha beskrivits i Elementa 32 (1949): 4 och 33 (1950): 1 (betecknas i det följande med I respektive II). En organisk scintillator framför en multiplikator med snabbaste rörförstärkare tillåter, att både upplösnings- och dödtid pressas ned till $2 \cdot 10^{-8}$ sek. Då kan man välja $N = 10^7$ sek^{-1}. Vidare äro effektiviteterna minst 0,1, så att vid vinkeln $\omega = 0{,}01$ relativa medelfelet 0,01 nås på $5 \cdot 10^2$ sek, dvs. 10 min.

Fördelen med scintillationsräknare är uppenbar. En nackdel utgöra de spontana mörkimpulserna i multiplikatorn. De sakna

motsvarighet i jonisationsräknarna och ge en relativt stor nolleffekt, 10—100 per sek i 931A-typ vid bruklig diskriminering. Koincidenskopplingen reducerar emellertid betydligt inverkan av denna nolleffekt, så att man slipper tillgripa den i de tidigare artiklarna antydda metoden att kyla med kolsyreis eller flytande luft. Det har därför stundom förekommit, att man använt koincidenskoppling av scintillationsräknare med reduktion av nolleffekten som enda mål. Man låter då två koincidenskopplade multiplikatorer registrera ljusblixtarna från en gemensam scintillator.

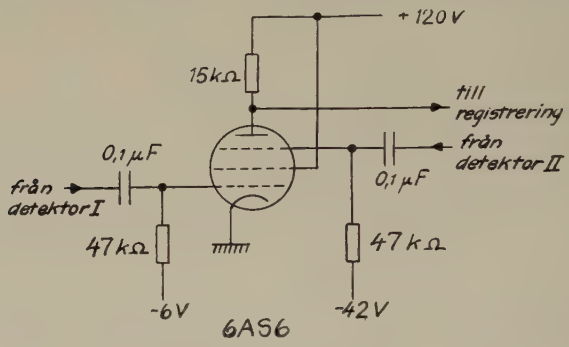


Fig. 2. Koincidenssteg.

Koincidenskrets och nya multiplikatorer

Om man skall kunna utnyttja snabbheten hos scintillationsräknarna, måste man göra koincidenssteget mycket snabbt. Det skall aktiveras av ett par impulser från detektorerna, endast om deras tidsmellanrum är mindre än ca 10^{-8} sek.

Fig. 2 visar en användbar koppling (Bothe 1929). I vissa pentoder har bromsgallret så stor branthet, att det verkar som ett andra styrgaller. Röret ger en utgående impuls endast då positiva impulser inkomma samtidigt på de två gallren.

För att kunna driva en krets måste de ingående impulserna uppgå till åtminstone någon volt. γ-scintillationer ge i multiplikatorer av typ 931 A en impulsfördelning, som sträcker sig från 0,01 V (en fotoelektron) och uppåt. Antalet impulser, som äro större än 1 V, utgör en försvinnande bråkdel. För att få god effektivitet i räkningen räcker det ej med dessa impulser, utan man får förstärka så att också de svagare räknas.

Helst skulle man emellertid vilja undvika förstärkning mellan multiplikator och koincidenskrets. Om lystiden i scintillatorn är kort, är det nämligen impulsbreddningen i rörförstärkaren som

sätter den undre gränsen för koincidenskopplingens upplösningstid till $2 \cdot 10^{-8}$ sek (jfr artikel I). Härvidlag knyter man förhoppningar till fotoceller med större inre multiplikation, ty de kräva naturligtvis ej så stor yttre förstärkning.

Sådana celler kommo i marknaden under slutet av 1949. Det engelska EMI (Electrical and Musical Industries Ltd) säljer en cell med 11 dynoder jämte kollektor. Den inre förstärkningen är 10—100 gånger 931 A-typens.

Katoden är en tunn beläggning på glashöljets insida och kan därför föras mycket närmare scintillatorn än i ett rör av 931 A-typ. En större del av scintillationsljuset kan därför utnyttjas i de nya rören, i synnerhet om kristallen fästes vid cellväggen med kanadabalsam, så att sneda strålar inte stängas inne i kristallen genom totalreflexion (fig. 3). Detta bidrager till uppbyggandet av kraftiga impulser, som fordra obetydlig om ens någon förstärkning, innan de matas in i koincidenskretsen.

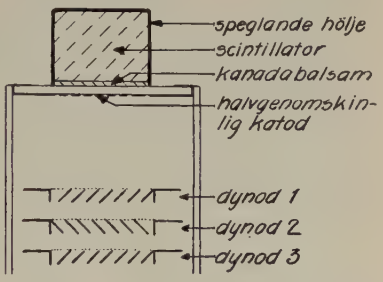


Fig. 3. Scintillator fastkittad vid multiplikator EMI 5311. Dynoderna bestå av snedställda metallband.

Kärntillståndens impulsmoment

En atomkärna har impulsmomentet $\sqrt{I(I+1)}\,\frac{h}{2\pi}$ erg · sek, där h är Plancks konstant och I ett hel- eller halvtaligt kvanttal. Impulsmomentet är sammansatt av nukleonernas banimpulsmoment och spin.

I antager ofta olika värden, då kärnan befinner sig i grundtillståndet och i exciterade tillstånd. Hos Te^{124} exempelvis är i grundtillståndet $I=0$, i exciterade tillstånd $I=1$ och 2. Hos Ag^{107} äro motsvarande siffror $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{2}$ och $\frac{5}{2}$.

Linjespektras hyperfinstruktur och Stern-Gerlachs molekylstråleförsök ge upplysning om I:s värde. Dessa metoder att bestämma impulsmomentet passa vid stabila eller långlivade kärnor, men kunna icke komma ifråga vid kortlivade tillstånd. Där får man rikta uppmärksamheten på själva övergången i förhoppning att denna skall kunna ge någon upplysning om impulsmomenten.

Om en kärna besitter två nivåer, för vilka skillnaden i energi är liten men i impulsmoment stor, är det övre tillståndet ytterst långlivat. Man kan alltså få en uppfattning om momentsprånget

ur experimentell bestämning av energisprång och halveringstid. Vi skola återkomma till hur dessa mätningar kunna tillgå.

En säkrare värdering av I grundar sig på att emissionssannolikheten från en kärna varierar med riktningen relativt momentaxeln, så att momentets storlek kan beräknas ut intensitetsfördelningen. De individuella kärnornas momentriktningar äro emellertid okända. I de fall, där en kärna sänder ut kvanta eller partiklar i så snabb följd, att dess orientering ej hinner ändras under mellantiden, ger dock den första emissionsriktningen en uppfattning om kärnans mest sannolika orientering, och vinkeln mellan successiva strålar kommer att visa en karakteristisk fördelning, ur vilken tillståndens impulsmoment kunna beräknas.

Riktningskorrelation vid $\gamma-\gamma$-emission

För $\gamma-\gamma$-emission har HAMILTON (2) teoretiskt visat, att sannolikheten för att det andra kvantat sändes i en riktning, som bildar vinkeln θ med det första, är en funktion

$$W(\theta)=1+A\cos^2\theta+B\cos^4\theta \qquad (8)$$

där A och B äro konstanter, som bero av I-värdena i de tre berörda kärntillstånden.

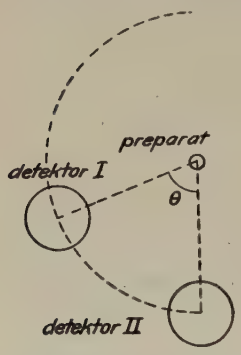


Fig. 4. Principschema för mätning av riktningskorrelation.

Genom att registrera γ-strålningen i två koincidenskopplade räknare vid olika vinkel θ (fig. 4) kan riktningskorrelationen mellan successiva kvanta bestämmas, dvs. konstanterna A och B i ekv. (8). Ur dessa konstanter beräknas sedan I-värdena hos de exciterade, instabila tillstånden; I-värdet hos det stabila sluttillståndet är som regel känt.

En förutsättning för dessa mätningar är naturligtvis, att detektorerna upptaga små vinklar ω från det strålande preparatet. Som vi sett av jämförelsen mellan olika detektorer, ger endast scintillationsräknaren med sin höga effektivitet och snabbhet noggranna koincidensresultat vid låga ω under rimliga mättider, och det är därför den, som har möjliggjort noggranna bestämmningar av riktningskorrelationen i $\gamma-\gamma$-emission. Fig. 5 visar en uppställning för dylika mätningar, byggd på Stockholms högskolas fysiska institut av WIEDLING och ALER.

I alla undersökta fall har man funnit anisotropier i $\gamma-\gamma$-koincidenseffekten (3). Fig. 6 visar antalet $\gamma-\gamma$-koincidenser från Co^{60} i riktningen θ, dividerat med antalet koincidenser för $\theta=\pi/2$.

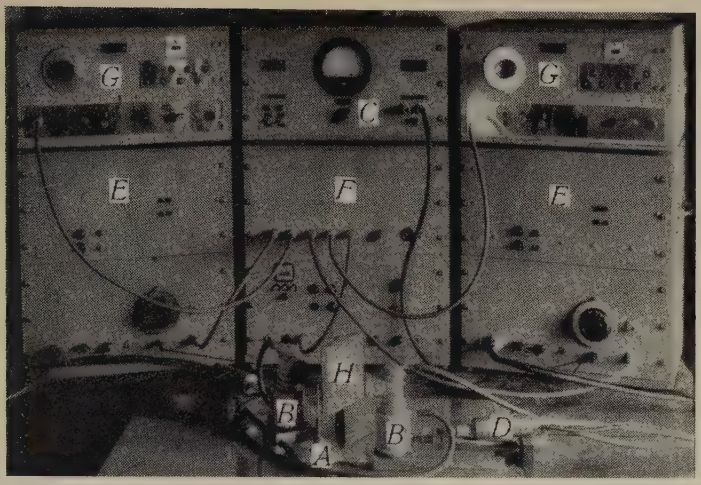


Fig. 5. Apparatur för mätning av riktningskorrelation. *A* preparat, *B* scintillationsräknare, *C* stabiliserad högspänningskälla, *D* förförstärkare, *E* linjärförstärkare, *F* diskriminerande och impulsformande steg jämte koincidenskrets med scale och räkneverk, *G* scales med räkneverk för mätning av de enskilda kanalernas räknehastighet, *H* blyskärm, som hindrar sekundärkvanta från Compton-stötar i en räknare att nå den andra.

Den heldragna linjen är den teoretiska fördelningen för $I = 4, 2, 0$ i de exciterade, respektive grundtillståndet i slutkärnan Ni^{60}. Denna tillordning är i överensstämmelse med I-beräkningar ur andra försök.

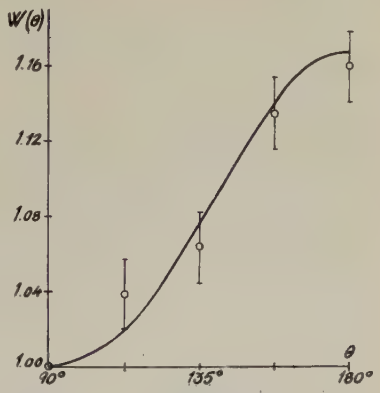


Fig. 6. γ—γ-riktningskorrelation hos Co^{60} enligt BRADY och DEUTSCH.

Fördröjda koincidenser

Inledningsvis påpekades, att upptäckten av kärntillstånd med korta halveringstider sker genom koincidensmätningar. Genom att fördröja den ena detektorns signal kunna de för direkta mätningar oåtkomliga små halveringstiderna bestämmas. Genom sin snabbhet ha scintillationsräknarna också på detta område visat sig värdefulla.

Som exempel kunna vi betrakta sönderfallet av Ga^{72}. Under β-

emission med en halveringstid på 14 timmar bildas Ge^{72} i ett exciterat tillstånd. Excitationsenergien överföres i detta fall förmodligen alltid till en hölje-elektron genom s. k. internal conversion. β-partiklarna och konversionselektronerna registreras i scintillationsräknare med tunn kristall. Impulserna från den ena räknaren passera en variabel fördröjningslinje, innan de matas in i koincidenskretsen. Fördröjningen t varieras, och antalet koincidenser bestämmes som funktion av t.

Sannolikheten för att en exciterad kärna skall sönderfalla mellan tiderna t och $t+dt$ efter bildandet är $\lambda e^{-\lambda t}\, dt$, där λ är sönderfallskonstanten. Detta blir alltså förloppet av koincidenshastigheten, då fördröjningen varieras. En jämförelse med experimenten ger λ:s siffervärde. Halveringstiden i det nämnda exemplet är $3 \cdot 10^{-7}$ sek (4).

Små tidsfördröjningar åstadkommas enklast genom att kablarna mellan de två räknarna och koincidenskretsen göras olika långa. En längdskillnad på 3 m ger en fördröjning 10^{-8} sek (ljushastigheten $3 \cdot 10^{10}$ cm $\cdot$ sek^{-1}). Kapacitiva solenoider användas för ernående av större fördröjningar.

Det är tydligt att metoden är användbar endast om halveringstiden till storleksordningen är samma som eller större än upplösningstiden t_u i koincidensanordningen. Med G-M-rör har man bestämt halveringstider ned till 10^{-6} sek, med scintillationsräknare 10^{-8} sek (5).

Teoretiskt har man beräknat, att kärntillståndens livslängder vanligen äro av storleksordningen 10^{-14} sek.

Scintillationsspektrometer

Här har talats om bestämningen av impulsmoment och halveringstid hos exciterade kärnor. Något bör kanske sägas om hur man medelst scintillationsmetoden kan finna det lättast tillgängliga av alla kärndata, excitationsenergien.

I det enkla och vanliga fall, att en kärna genom γ-emission direkt går över till sitt grundtillstånd, är uppgiften löst, om man kan komma åt γ-strålningens energi. Denna överföres vid kvantats kollission med en elektron i ett absorberande block till elektronen, vid fotoeffekt helt, vid Comptoneffekt delvis. Sekundärelektronernas energi bestämmes noggrannast genom magnetisk fokussering i en β-spektrograf.

Konversionen till elektronenergi kan naturligtvis äga rum inne i ett lysämne. Sannolikheten för detta förlopp har relativt utförligt diskuterats i artikel II. Den av sekundärelektronen alstrade scintillationens intensitet är proportionell mot elektronens energi.

Impulsen från multiplikatorn blir i sin tur proportionell mot scintillationens ljusstyrka, om man använder multiplikatorer med katod på cellväggen. Den stora ljusvinkeln medför nämligen, att fotoelektronerna från en scintillation bli så talrika vid katoden, att den statistiska spridningen i deras antal blir en felkälla bland andra men icke som i 931 A-typen tilldelar monoenergetiska scintillationer en bred impulsfördelning från 0 och uppåt (6).

Impulsfördelningar — upptagna som i artikel II medelst en efter multiplikatorn placerad diskriminator — skulle alltså direkt kunna omtolkas som energifördelningar hos sekundärelektronerna. Därmed skulle upplysning vinnas om de primära γ-kvantas samt kärntillståndens energi. Denna metod har lanserats av JORDAN och BELL (7), och de ha kallat sin för detta ändamål omsorgsfullt konstruerade räknare (jfr fig. 3) *scintillationsspektrometer*.

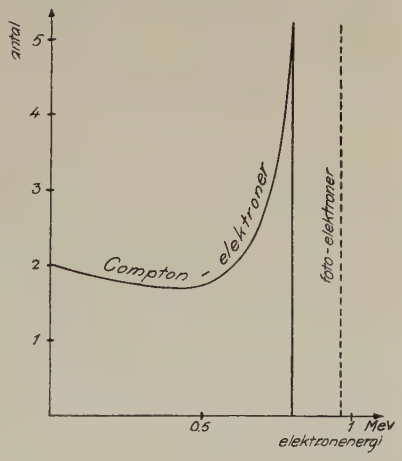


Fig. 7. Sekundärelektronernas energifördelning för 1 MeV γ-energi.

De flesta sekundärelektronerna härröra från Comptonstöt. Utgående från Klein-Nishina-formeln kan man visa, att elektronerna fördela sig på olika energier enligt fig. 7. Ett dominerande antal sprides framåt, upptagande större delen av primärkvantats energi. Någon energi behålles alltid av det spridda kvantat. Jordan och Bell ha också, t. ex. vid Na^{24}, funnit skarpa toppar på väntade ställen i multiplikatorimpulsernas storleksfördelning.

I Lund har man begagnat scintillatorer av tunga ämnen (8). Som i uppsats II påpekades sker i dem stundom fotostöt, där så gott som hela kvantenergien går till elektronen, och de experimentella fördelningarna visa också markerade maxima, som i den teoretiska fig. 7 motsvara den vertikala streckade linjen.

Noggrannheten i energibestämning med scintillationsspektrometer torde väl aldrig komma att nå upp till de magnetiska β-spektrografernas. Den arbetar emellertid med enklare apparatur och kräver ej så starka preparat. Den oerhört svaga γ-strålningen från naturligt kalium har sålunda på denna väg kunnat energibestämmas (1,45 MeV) (9).

Andra räknartyper

Förloppet i en scintillationsräknare omfattar följande steg. Snabba elementarpartiklar lyfta elektronerna i lysämnet till energirikare banor eller frigöra dem helt från kärnan. Under strålning sker en snabb återgång till grundtillståndet. Ljuset slår ut fotoelektroner i en närbelägen multiplikator, och dessa elektroner ge efter mångfaldigande genom sekundäremission en kraftig elektrisk impuls.

I VAN HEERDENS (10) *kristallräknare* använder man också fasta kroppar men undviker att gå omvägen över kristallens lysande genom att uppsamla de frigjorda elektronerna med ett *starkt* elektriskt fält över kristallen och registrera strömstöten. Förfaringssättet motsvarar alltså det, som tillämpas i jonisationskammare, med den skillnaden, att primärstrålningen absorberas i en fast kropp, icke i en gasformig.

Den stora absorptionsförmåga, som fasta ämnen ha, är just vad som kräves av framtidens räknare, om de skola vara i stånd att helt bromsa upp de energirika partiklarna från de stora acceleratorer, som äro under byggnad.

Vill man driva upp snabbheten till det yttersta, använder man en *multiplikator utan lysämne* och låter elementarpartiklarna träffa katoden direkt. (En vanlig kommersiell multiplikatorfotocell tjänstgör på detta sätt som räknare för fotoner.) Då bestämmes upplösningen av de obetydliga variationerna (ca 10^{-9} sek) i marschtiderna hos elektronerna i multiplikatorn och inte av lyskonstanten i en kristall, dvs. tiden för de exciterade atomernas återgång till grundtillståndet.[1]

En sådan anordning registrerar även mycket energifattiga partiklar och har givit vackra resultat vid en del speciella mätningar, t. ex. ALLENS (12) bestämning av kärnrekyl vid β-emission, som utgör ett av de få experimentella stöden för neutrinons existens. Liksom en kristallräknare är emellertid en dylik multiplikatorräknare tekniskt mer svårskött än en scintillationsräknare.

En översikt över moderna detektorer lämna CORSON och WILSON (13).

Stockholm, juli 1950.

[1] Vid Čerenkoveffekten möter man en ljusemission av kortare tidsbredd än elektronspridningen i multiplikatorn. Tyvärr är ljusutbytet obetydligt, så att en räknare, sammansatt av ett Čerenkovstrålande block och en multiplikatorfotocell, endast är känslig för oerhört energirika partiklar (11).

Litteratur

1. F. Norling, Ark. f. mat. astr. o. fys. *27 A*, N:o 27 (1941).
2. D. R. Hamilton, Phys. Rev. *58*, 122 (1940).
3. E. L. Brady och M. Deutsch, Phys. Rev. *78*, 558 (1950).
4. F. K. McGowan, S. DeBenedetti och J. E. Francis, Jr, Phys. Rev. *75*, 1761 (1949).
5. M. Deutsch och W. E. Wright, Phys. Rev. *77*, 139 (1950).
6. F. Seitz och D. W. Mueller, Phys. Rev. *78*, 605 (1950).
7. W. H. Jordan och P. R. Bell, Nucleonics *5*, hft 4, 30 (1949).
8. S. Johansson, Nature *165*, 396 (1950).
9. P. R. Bell och J. M. Cassidy, Phys. Rev. *77*, 409 (1950).
10. P. J. van Heerden, Diss., Utrecht 1945.
11. A. Bergstedt, Elementa *31*, 233 (1948).
12. J. S. Allen, Phys. Rev. *61*, 692 (1942).
13. D. R. Corson och R. R. Wilson, Rev. Sci. Inst. *19*, 207 (1948).

Joules konstant

Av assistent Bengt Liljeqvist, Stockholm

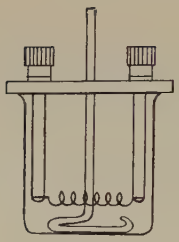
Man leder ström genom ett motstånd nedsänkt i en bägare med vatten av rumstemperatur. Temperaturen hålles under försöket konstant genom tillsättning av 0-gradigt vatten. Ur den tillsatta vattenmängden kan det utvecklade värmet beräknas.

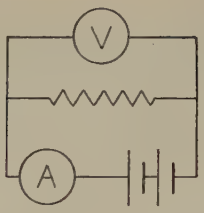
Exempel: I en 400 ml bägare av låg modell hälldes vatten till hälften. Ett motstånd på ca 7 ohm, fäst i en robust hållare, nedfördes i vattnet. Som omrörare tjänade en omböjd glasstav. Vattnets temperatur mättes med i 0,1° graderad termometer. Bägaren med vatten, omrörare och motstånd vägdes. Motståndet anslöts enligt figuren.

Vattnets temperatur låg från början något under rumstemperaturen, 18°. Då temperaturen passerade 18°-strecket, sattes ett stoppur igång. Under jämn omröring hölls sedan temperaturen konstant (±1°) genom tillsats av 0-gradigt vatten.

Då försöket skulle avbrytas, tillsattes så mycket isvatten, att temperaturen sjönk till 17°. Den fick sedan stiga som vid försökets början. Stoppuret stannades, då 18°-strecket passerades. Man tillsåg noga, att detta streck nu passerades på samma sätt som vid starten.

Härefter vägdes bägaren med innehåll: vikt före försöket 293,0 g, efter försöket 368,4 g, dvs. det 0-gradiga vattnets vikt 75,4 g. Tiden var 7 min 29 sek, spänningen 9,7 V och strömmen 1,30 A. Härur erhölls konstanten = 0,240 cal/joule.





Det 0-gradiga vattnet tillredes i en 600 ml bägare av hög modell. Bägaren fylles *till randen* med finkrossad is, vattnet bör inte uppta mer än en tredjedel av bägaren. Denna täckes med en skiva av plexiglas, som med ett finger tryckes mot bägaren, då isvatten avhälles, detta för att hindra isbitar att följa med. Man bör alltså ej hälla genom pipen. Man kan givetvis använda en skiva av vanligt glas, men plexiglas eller celluloid är starkare, och man skär sig inte på det.

Försöket ger goda värden, dels därför att det knappast blir något värmeutbyte med omgivningen, dels därför att kalorimeterns och motståndets vattenvärde ej ingå i räkningarna.

Motståndets storlek bör avpassas efter tillgängliga strömkällor. Ett stort motstånd kan man erhålla genom att linda tunn tråd på något isolermaterial, eller man kan helt enkelt köpa ett trådlindat »radiomotstånd». Använder man stora motstånd, får man korrigera för strömmen genom voltmetern. — Påpekas bör, att de båda elektriska mätinstrumenten ej få placeras för nära varandra, emedan de starka permanenta magneterna då inverka på varandra och instrumenten visa fel.

Använder man likriktad växelström, måste man tänka på att instrument av vridspoletyp visa fel. Dessa instrument ange nämligen aritmetiska medelvärdet av strömmens momentanvärden. Om man använder helvågslikriktad enfasström och växelströmmens maximala värde är I_0, blir detta medelvärde $2I_0/\pi$. För att få det effektiva värdet, $I_0 : \sqrt{2}$, måste man alltså multiplicera det av vridspoleinstrumentet angivna värdet med faktorn $\pi : 2\sqrt{2} = 1{,}11$. De på volt- och amperemetrarna avlästa värdena skola alltså multipliceras med denna faktor. Göres ej denna korrektion, blir konstanten 0,29 i stället för 0,24.

Mjukjärns- och varmtrådsinstrument visa däremot det önskade effektivvärdet men äro sällan tillräckligt noggranna för försöket.

Mekaniska värmeekvivalenten

Av lektor Ernst Knave och ingenjör Stig Lindholm, Stockholm

Sambandet mellan arbete och värme kan bestämmas med en massiv kopparcylinder som kalorimeter på följande sätt.

Cylindern med axeln horisontell kringvrides för hand med vev. Runt cylindern anbringas ett bomullsband som bromsband. I bandets nedre ände hänges en vikt och i den övre fästes en dynamometer. Friktionskraften blir skillnaden mellan tyngden P_1 kp och den kraft, P_2 kp, som dynamometern visar. Friktionsarbetet för n varv är $2\pi r n (P_1 - P_2)$ kpm, om cylinderns radie är r meter.

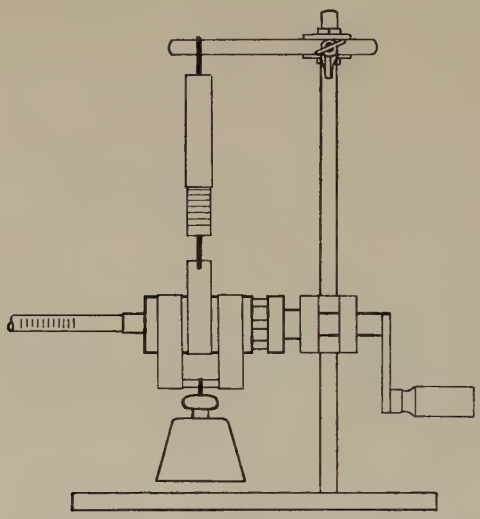
Friktionsarbetet omvandlas i värme, och cylinderns uppvärmning bestämmes med en termometer graderad i tiondelsgrader, instucken i en urborrning i cylinderns mitt. Några droppar kvicksilver i urborrningen ökar värmeledningen mellan kopparn och termometern, så att denna omedelbart följer temperaturändringarna hos cylindern.

Om cylindern väger M kg och temperaturhöjningen för n varv är $(T_2 - T_1)$, blir den mottagna värmemängden $cM(T_2 - T_1)$ kcal (c är koppars spec värme). Den mekaniska värmeekvivalenten, som är förhållandet mellan arbete och värme, blir således

$$\frac{2\pi r n (P_1 - P_2)}{cM(T_2 - T_1)} \text{ kpm/kcal}$$

Vid beräkningen är det ej nödvändigt att taga hänsyn till det värme som kvicksilverdropparna och termometerkulan upptager. Denna korrektion betyder nämligen endast en ändring av värdet med cirka 1 %. Ett tio gånger så stort fel kan emellertid uppkomma, om hänsyn ej tages till värmeutbytet med omgivningen. Före och efter försöket bestämmes därför temperaturändringarna per minut; medelvärdet av dessa temperaturändringar, multiplicerat med det antal minuter det verkliga försöket pågår, ger temperaturkorrektionen. Apparaten behöver icke avkylas före försöket, utan detta kan startas även vid temperaturer som ligger över rumstemperaturen.

Anordningen ger goda värden. Följande resultat erhållet vid ett försök anföres som exempel:



Kopparcylinderns vikt=0,836 kg och omkrets=0,130 meter; P_1=2 kp, P_2=0,35 kp.

Temperaturstegringen för 200 varv blev 1,10°. Medelvärdet av temperaturändringarna före och efter försöket var −0,12° per minut. Försöket pågick 1 minut 40 sek. Temperaturkorrektionen skall därför vara +0,20° och den totala temperaturhöjningen 1,30°.

Med dessa värden erhålles den mekaniska värmeekvivalenten

$$\frac{0{,}130 \cdot 200 \cdot (2-0{,}35)}{0{,}092 \cdot 0{,}836 \cdot 1{,}30} = 429 \text{ kpm/kcal}$$

Om man tar hänsyn även till värmeavgivningen till kvicksilvret i termometerkulan och i urborrningen (tillsammans 27 g) blir värdet 424 kpm/kcal.

Apparaten saluföres av P. A. Norstedt & Söners Skolmaterialavd., Stockholm.

Bokanmälningar

G. H. Hardy, *Divergent Series.* Oxford University Press 1949, Pp. 396, 30 s. net.

Ända sedan 1600-talet ha de oändliga serierna varit ett viktigt hjälpmedel för den matematiska analysen, men först genom Cauchy's insatser (omkring 1820) blev det allmän sed att samvetsgrant undersöka konvergensvillkor. Många framstående 1700-talsmatematiker, i synnerhet Euler, nådde på ett enkelt sätt viktiga resultat genom att djärvt använda divergenta serier. Sådana metoder bannlystes för en tid efter Cauchy, och först framemot sekelskiftet upplevde de en renässans, i det att bl. a. Poincaré, Cesàro och Borel på olika sätt modifierade den vanliga definitionen av en oändlig series summa. Man preciserade sålunda betydelsen av likhetstecknet i ekvationer som t. ex. $1-1+1-1+\ldots=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$; $1+2+4+8+\ldots=\frac{1}{1-2}=-1$ och utredde, hur konsistenta teorier för divergenta serier kunna byggas upp.

I den här anmälda boken, som var professor Harly's sista arbete, analyseras bl. a. de klassiska summationsmetoderna, Haussdorffs allmänna teori för medelvärden och några speciella summationsmetoder av senare datum. På grund av ämnets intima samband med s. k. Tauberteorem ges en vacker framställning av Wieners djupa teorier. Vidare göras intressanta utblickar över primtalsteorien. Boken innehåller många fakta och synpunkter, som man icke finner i Borels standardverk på samma område, och vissa resultat publiceras där för första gången.

Flera avsnitt förutsätta kännedom om de analytiska funktionernas teori, men stora delar äro tillgängliga för var och en, som har den stränga behandlingen av differential- och integralkalkylens grunder i gott minne. Den som uppskattar ett matematiskt arbete skrivet icke blott med skarpsinne och stringens utan även med humor och stilistisk touche bör unna sig nöjet att studera den.

Germund Dahlquist

C. Zwikker, *Advanced Plane Geometry.* North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1950, Pp. 299, 20 floriner.

Författaren är ej matematiker till professionen utan innehar chefspost inom tekniska avdelningen av Philips välkända företag i Eindhofen, Holland. En av bokens många förtjänster är också dess rikedom på problem, belysande den framställda matematiska teoriens tillämpningar inom fysik och teknik.

Analytiska geometrien behandlas i denna bok ej enligt konventionella metoder, utan framställningen sker konsekvent med hjälp av komplexa storheter. Genom att skriva ekvationen för plana kurvor under formen $z=g(u)$, där $g(u)$ är en komplex funktion av den reella parametern u, i stället för $f(x, y)=0$ underlättas ofta den geometriska tolkningen bl. a. av i elektrotekniken uppträdande ekvationer. Redan i mitten av förra seklet publicerades i Crelles Journal en geometrisk avhandling, där många formler för plana kurvor presenterades med hjälp av komplexa storheter. I Elementa, årg. 25: 1 har docent Gårding i en uppsats behandlat de i en triangel inskrivna kägelsnitten med komplexa tal. I Zwikkers framställning blir t. ex. ekv. för cirkeln

$$z=\frac{z_1+uz_2}{z_3+uz_4}$$

där $z_v(v=1 \ldots 4)$ beteckna konstanter och parametern u antar alla reella värden.

Boken ger en kompilation av de olika egenskaperna hos skilda slags plana kurvor. I ett kapitel om algebraiska kurvor behandlas Pascals och Brianchons satser om kägelsnitt jämte sambandet mellan en algebraisk tredjegradsfunktion och elliptiska funktioner. Schwarz-Christoffels teorem om avbildningen av en polygon på ett halvplan tillämpas på potentialproblem. Det blir sålunda en färgrik provkarta på olika kurvor och deras egenskaper författaren lämnar.

En hel del upplysningar får läsaren till livs av större eller mindre sakligt värde. Om den logaritmiska spiralen får man t. ex. veta, att en insekt anses följa denna kurva, när den närmar sig ett brinnande ljus, eftersom alla radii vectores skära kurvan under konstant vinkel liksom solstrålarna göra, när insekten flyger längs en rät linje i solskenet. Den egenskapen hos klothoiden, som är en spiral representerad genom Fresnels integral, att krökningsradien är omvänt proportionell mot båglängden kan vägbyggaren dra nytta av. Det finns gott om sådana bagateller i boken, vilka krydda anrättningen, och det hela serveras behagligt och aptitligt.

Goda figurer belysa den lättillgängliga texten, men övningsexempel saknas. Boken rekommenderas åt sådana, vilka önska se ett klassiskt gebit av matematiken under en icke vanlig synvinkel.

Karl Persson

Norbert Wiener, *The Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications.* The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and Wiley & Sons, New York 1949, Pp. 163, 4 $.

Professor Norbert Wiener vid M. I. T. är en herre med många strängar på sin båge. Han är världsberömd som matematiker, sannolikhetsteoretiker, filosof och matematisk fysiker. Han har nyligen arbetat vid ett institut för kardiologi(!) i Mexico. Nu har han lagt ännu ett yrke till de föregående. Sedan andra världskriget tjänstgör han som förbindelseofficer mellan teleingenjörer (eller allmännare communication engineers), statistiker, nervfysiologer och matematikmaskinkonstruktörer. I *Cybernetics* (anm. i Elementa *32*, 1949, 215) presenterade han sitt program, i föreliggande bok utvecklar han en del därav i matematisk form.

Utgångspunkten är att ett meddelande, som skall överföras från en plats till en annan, i viss mening kan betraktas som en tidsserie. Med Fourier-analys som skickligt använt hjälpmedel utvecklar Wiener en utjämnings- och prognosmetodik för en viss typ av dylika serier, som med fördel kan appliceras på vissa fundamentala överföringsproblem (exempelvis konstruktion av filter).

Det är ett stort nöje att bevittna, hur författaren i denna bok skapar kontakt mellan teleteknik och statistik. Läsaren får dock betala sin tribut härför i form av åtskillig intellektuell möda. För den som vill maximera funktionen nöje minus ansträngning komma två introducerande uppsatser av professor Norman Levinson väl till pass.

Gunnar Blom

A. Bloch et G. Guillaumin, *La géométrie intégrale du contour gauche.* Gauthier-Villars, Paris 1949, VI+144 p. 1500 fr.

Med rymdkurvornas integralgeometri menas i denna bok studiet av de storheter associerade med en sluten kontur i den tredimensionella rymden, som kunna uttryckas som integraler av typen

$$\int x^{\alpha} y^{\beta} z^{\gamma} (r \cdot dx + s \cdot dy + t \cdot dz)$$

tagna längs konturen. r, s, t äro reella tal och α, β, γ äro hela positiva tal (eller noll). Integralgeometri av n:te ordningen är den, som sysselsätter sig med integraler, där $\alpha+\beta+\gamma \leq n$.

Från den plana geometrin är det ju välkänt, att den av en kontur begränsade ytan, dess tyngdpunktskoordinater etc., kan uttryckas med sådana integraler. Motsvarande ting studeras i rymden tillsammans med olika volymer, som stå i samband med den givna konturen. Det visar sig möjligt att enkelt generalisera Guldins teorem, och som exempel på de enkla satser, som erhållas som specialfall, kan nämnas: Vid en godtycklig förflyttning av en rät cylinder alstra de båda basytorna lika stora volymer.

Dessa ämnen fördjupas så i olika riktningar; förutom tillämpningar på t. ex. hydrodynamik och elektricitetslära innehåller boken generalisationer till n-dimensionell och till icke-Euklideisk geometri. De mer elementära delarna kunna läsas med någon kunskap i infinitesimalkalkyl och vektoranalys, för de övriga fordras djupare kunskaper i differentialgeometri. En utförlig litteraturförteckning och ett register över var använda termer förklarats ökar ytterligare bokens värde. *Tord Ganelius*

Louis Roy, *Cours de mécanique rationelle.* Tome IV. Problèmes et exercices. Gauthier-Villars, Paris 1950, 276 p., 1250 fr.

Fjärde delen utgör tillämpningar av den teori som ingår i de tre tidigare utkomna delarna. Exemplen är till stor del ett urval bland tentamensproblem, som givits under de sista trettio åren vid Faculté des Sciences de Toulouse, och täcker i viss utsträckning de svenska universitetens ett- och tvåbetygskurser i rationell mekanik.

Samlingen får anses vara värdefull för dem som behöver demonstrationsuppgifter för föreläsningar och räkneövningar. I vad mån den bör direkt rekommenderas till de studerande kan väl avgöras först efter en mera ingående granskning. Den kan dock på intet sätt tillfredsställande täcka behovet av en problemsamling, direkt avpassad efter svenska universitetsförhållanden. Det tomrummet skulle emellertid lätt kunna fyllas genom ett urval bland de sista decenniernas tentamensproblem. *Lennart Hansson*

Colloque de Géométrie algébrique. (Centre belge de Recherches mathématiques, Liège 1949.) 200 p. Georges Thone, Liège 1950. 1.400 Fr. français.

I denna bok ha samlats tio föredrag, om algebraisk geometri med tillämpningar, från den första internationella kongress, som ordnats av »le Centre belge de Recherches mathématiques». Värdet av publikationer av denna art för den inom området arbetande är ju uppenbart, men de ha naturligtvis även intresse för dem, som önska kontakt med en vetenskapsgrens aktuella problem. För

dessa senare kan förutom F. Severi's uppsats, den kvantitativt största, om den italienska skolans metoder och om aktuella problem inom algebraisk geometri, rekommenderas första delen av M. L. Dubreil-Jacotin's och P. Dubreil's uppsats om algebraiska metoder. Vad det gäller tillämpningarna av algebraisk geometri ha F. Châtelet och B. Segre skrivit var sin uppsats om aritmetiska problem och F. Bureau en om partiella differentialekvationer. Övriga författare äro van der Waerden, P. Samuel, R. Garnier, P. Libois och L. Godeaux.

Tord Ganelius

Arne Broman, *Analytisk geometri.* I. Geometri i planet. 182 s., kr. 17:—. II. Geometri i rummet. 106 s., kr. 12:—. Uppsala 1949. Stencilerad. Lundequistska bokhandeln, Uppsala, i distribution.

Läroboken är avsedd att täcka fordringarna till 1 och 2 betyg i analytisk geometri. — Första delen inledes med ett kapitel om determinanter, varpå följer analytiska geometrins grundbegrepp, tillämpade på räta linjen och cirkeln. Härvid har mindre vikt lagts på geometrisk åskådning än på räknemässiga metoder; som exempel kan nämnas, att potens med avseende å en cirkel aldrig ges en geometrisk betydelse. Efter en diskussion av den allmänna andragradskurvan behandlas de olika typerna speciellt. Andragradskurvornas geometri avslutas sedan med ett kapitel om pol och polar. Till sist behandlas singulära punkter och asymptoter till algebraiska kurvor samt de enklare transformationsgrupperna. — Andra delen innehåller utöver elementen av den analytiska rymdgeometrin diskussion av den allmänna andragradsytan samt särskild behandling av de olika typerna. För klassifikation av ytorna anges ett schema, byggt på tecknen hos vissa determinanter. Metoden att »komplettera kvadrater» saknas, förvånande nog, då boken i huvudsak tycks syfta mot att ge kännedom om metoder att lösa de vanliga problemtyperna.

Med tanke på en kommande upplaga böra några felaktigheter påpekas: Sid. 127. Vid härledningen av tangentens ekvation betyder (x_1, y_1) samtidigt de inhomogena och de två första homogena koordinaterna för en punkt. I delräkningarna uppstår därigenom en felaktig relation, medan slutekvationen är rätt. — Sid. 154. Anm. 1 har kommit något för tidigt och i felaktig form: Existens av gränsvärdena är ju liktydigt med att det finns en oändlig gren $y(x)$, som närmar sig linjen $y=cx+d$ obegränsat. Troligen åsyftas emellertid, att, om man bestämmer c och d med den senare angivna metoden, felaktiga lösningar kunna komma med. — Sid. 160—161. I ekv. 3 och 6 ha $h'(x)$ och $g'(x)$ blivit om-

kastade. — Sid. 95, bd II. Relationen $f(a, b, c)=H$ är självklar men visas ändå med en mödosam räkning, som är exakta omvändningen av räkningen på sid. 47, rollerna av bekant och obekant ha alltså blivit omkastade.

Som allmänt omdöme kan sägas, att boken genom sin överskådliga och kortfattade uppställning är avpassad för en snabb tentamensläsning och därför kan anses lämplig med tanke på strävandena att minska studietiden. För en studerande med intresse och sinne för geometri måste emellertid i synnerhet behandlingen av den rena geometrin förefalla knapphändig.

Lars Hörmander

É. Picard, *Leçons sur quelques types simples d'équations aux dérivées partielles.* Cahiers scientifiques I. 214 p., 700 fr. *Leçons sur quelques équations fonctionelles.* Cahiers scientifiques III. 187 p., 400 fr. Gauthier-Villars, Paris 1950.

Dessa båda böcker äro omtryck av tidigare utgivna föreläsningsserier, hållna av Picard under århundradets tre första decennier, klassiska till form och innehåll.

Den första boken innehåller — förutom existens- och entydighetsbevis vid de vanliga linjära partiella differentialekvationerna — bl. a. några trevliga föreläsningar om singulära kärnor (Cauchyintegralen bl. a.) jämte tillämpningar på en rad olika problem.

I den senare boken studeras egenskaper hos funktionsklasser, definierade genom enkla funktionalrelationer. Häri ingår bl. a. ett avsnitt om icke-euklidisk geometri och föreläsningar om entydiga analytiska funktioner med rationella additions- och multiplikationsteorem. Omkring funktionalekvationen $F(x+1)-F(x)=f(x)$ grupperas resultat rörande bl. a. dubbelperiodiska funktioner av andra slaget, gausska summor samt Picards satser om differentialekvationer med dubbelperiodiska koefficienter, medan fouriertransformation ej användes.

Åtskilligt av innehållet hör numera hemma i allmännare sammanhang. Mindre tryckfel, papperets kvalitet samt här och var otydligt tryck irritera. Men rec. har haft stor glädje av böckerna och rekommenderar dem till studerande inom analysen.

Göran Borg

Multi-Sensory Aids in the Teaching of Mathematics, The National Council of Teachers of Mathematics, Bureau of Publications, Teachers College, Columbia University, New York 1945, Klotband, XV+455, ca 15 kr.

Den sammanslutning av amerikanska matematiklärare, som nämnes i titeln, utger från 1926 årsböcker. Dessa ha ägnats både allmänna och speciella uppgifter, t. ex. Geometriundervisningen, Matematiken i det moderna livet, Bevisets natur, Utbildning av matematiklärare, Översikt av matematikens användningar, Matematikens plats i de högre skolorna.

Denna årsbok, som bär numret 18, är sammanställd av en kommitté och bygger på bidrag från 136 olika personer. I 36 kapitel redovisas en imponerande inventering av allehanda hjälpmedel vid matematikundervisning, vartill kommer ett bihang, bestående av en avdelning med beskrivningar och bilder av undervisningsmateriel samt en bibliografi.

Bland författarna märkas, förutom lärare av båda könen (och procenten kvinnliga är vida högre än hos oss) vid High Schools och Colleges, även universitetslärare, aktiva såväl som emeriti, samt lärare vid tekniska läroanstalter och vid lant- och sjömilitära skolor.

Ur innehållet må här endast lämnas några smakbitar: Laboratorievägen till rymdgeometri, geometrisk teckning, matematisk skolutställning, visuella hjälpmedel för att demonstrera orter, ledgångsmodeller, metoder för vinkelns tredelning, pappersvikning, nomografisk framställning, matematiska instrument, geometriska stereogram (2-färgsbilder, avsedda för 2-färgsglasögon), skioptikonbilder, film.

Rikedomen är överväldigande. Varje svensk matematiklärare måste ha åtskilligt att hämta ur en så ymnig källa. Man kan finna saker av värde för realskolans första klasser, för dess sista, för differentierade gymnasiets enskilda arbeten. Jag skulle tro, att boken speciellt vore en god hjälp för lärare i mindre samhällen, där det icke faller sig så lätt att hålla kontakt med kolleger vid andra läroverk och där varje incitament till utveckling, förnyelse eller åtminstone variation är tacknämlig. Detta bör icke avhålla lärare vid de stora läroverken från att intressera sig för bokens många uppslag, lika litet som ett påpekande, att Pedagogiska Biblioteket i Stockholm numera kan bjuda matematisk-naturvetenskaplig litteratur i mycket vidgad omfattning, bör hindra intresserade att skaffa sig denna bok.

Einar Wetterwik

Egil Hylleraas, *Matematisk og teoretisk fysikk.* III. Elektrisitet og magnetisme. Grøndahl & Søns Forlag, Oslo 1950, XI + 254 s., nkr. 23: 45.

Det är en dubbel uppgift som professor Hylleraas i Oslo förelagt sig i sin Matematisk og teoretisk fysikk (4 bd): att åstadkomma en lärobok för universitetsstadiet och samtidigt ett hjälpmedel vid fortsatta vetenskapliga studier i teoretisk fysik. Efter att ha gjort bekantskap med den först utkomna 3:e delen vill man gärna intyga, att han här väl lyckats i sin avsikt. En svensk student med matematisk fysik (mekanik) i sin fil. kand.-examen kan sålunda lätt plocka ut vad han behöver inom elektricitetsläran — bortsett från övningsexempel, vilka tyvärr saknas. Och för den som vill arbeta vidare har förf. ofta gett så pass grundliga matematiska utredningar, att de kunna bli till nytta också när det gäller att själv angripa ett problem. Ett exempel: Vid behandlingen av elektricitetsfördelningen på ledare i några enkla fall beskrives inte blott Kelvins speglingsmetod utan också hur denna hänger samman med det generella förfarandet att utveckla efter klotfunktioner.

I övrigt finner man ungefär vad man kan vänta av ett arbete av detta omfång (även relativitetsteori samt elektronteori med elementär dispersionsteori). På sina ställen har förf. fått med några ej så vanliga tillämpningar, såsom reflexion i molekylära skikt (av betydelse i linsoptiken) etc. Att det också finns punkter där en och annan skulle önskat framställningen något fylligare, är väl bara naturligt; exempelvis skulle det inte tagit många rader, om förf., i stället för att postulera försvinnande laddningstäthet i en elektromagnetisk våg i en ledare, verkligen visat hur detta följer ur Maxwells ekvationer (med hänsyn till storleksordningen av ledningsförmågan; överhuvud förekomma taluppgifter tämligen sparsamt).

En omtyckt tvistefråga är definitionen av magnetisk polstyrka och införandet av de magnetiska vektorerna. I boken följes en väg som enligt min åsikt inte är den lyckligaste: utgående från Coulombs lag och ansatsen mH för kraften på en magnetpol m, behandlas hela magnetostatiken, innan sambandet med elektriska strömmar beröres. När läsaren senare upplyses om att H bör uppfattas som ett fiktivt fält och B som det 'verkliga', kan han möjligen känna sig en aning desorienterad.

Men helhetsintrycket är avgjort positivt. Framställningen är genomgående klar och lättläst, och boken kan livligt rekommenderas till alla med intresse för teoretisk fysik. Det bör dock

framhållas, att matematiska hjälpmedel, såsom vektoranalys med därtill hörande integralsatser, förutsättas bekanta; de skola behandlas i arbetets första, rent matematiska del. — Vektorskrivsätt användes konsekvent. Enhetssystem: CGS.

Till sist ett utdrag ur förf:s förord, vilket får karakterisera bokens uppläggning. Efter att ha påpekat, att målsättningen nödvändiggjort en viss matematisk tyngd i några avsnitt, skriver han: »Når de matematiske utredninger har fått en så vidt bred plass, ville man kanskje ha ventet at boken hadde hatt en utpreget deduktiv karakter. Dette er ikke tilfelle. Den induktive karakter kommer tvert om til syne ikke minst i dette 3. bind. Vi stiller f. eks. ikke opp de Maxwellske ligninger som det sentrale utgangspunkt ... I stedet vandrer vi historiens vei og viser hvordan erfaringslovene skritt for skritt fører oss frem til de Maxwellske ligninger som det altomfattende grunnlag for den klassiske elektromagnetisme. Først på dette trinn tar vi de Maxwellske ligninger i bruk til videre deduksjoner og til sammenknytning av elektromagnetismen med de øvrige områder av fysikken....»

S. Bertil Nilsson

Frederick Seitz, *Théorie moderne des solides*, övers. Masson et Cie, Paris 1949. 764 p., 3 600 fr.

Den amerikanska upplagan av denna bok utkom 1940 och torde vara välkänd som en värdefull läro- och uppslagsbok för materialfysiker. Boken har nu utgivits i fransk översättning.

Seitz börjar med en mycket välskriven klassifikation av fasta kroppar, som ej fordrar några större matematiska kunskaper. Däremot bör läsaren i vissa fall vara insatt i den fysikaliska och kemiska terminologin. I kap. II—IV, som handla om klassisk teori för jonkristaller, spec. värmet för grundämnen och elektronteori för metaller, och halvledare, fordras ungefär tvåbetygskunskaper i matematik och fysik i fil. kand.- och ämbetsexamen. De följande kapitlen kräva dessutom kunskaper i kvantmekanik. — De viktigaste problem som behandlas i fortsättningen äro: molekylarbindning, zonteori, kohesiv energi i metaller, jonkristaller och molekylarkristaller samt elektronstruktur och exiterade elektrontillstånd hos olika typer av fasta kroppar. Ett kapitel handlar om fasomvandlingar hos fasta kroppar, ett annat om teorierna för metallisk ledning, jonledning och fotoledning. Slutligen ägnas de båda sista kapitlen åt magnetiska och optiska egenskaper hos fasta kroppar.

Innehållet är alltså mycket rikhaltigt. Dessutom ges omfattande litteraturhänvisningar (till vad som gjorts före 1940). Man kan

givetvis inte vänta sig, att en sådan bok skall vara lättläst, men vissa teoretiska delar som kunna vara av intresse även för experimentalfysikern äro nog i svåraste laget.

Som uppslagsbok för en materialfysiker är Seitz' bok av stort värde. Mot den franska upplagan kan emellertid den anmärkningen riktas, att det alfabetiska registret avsevärt förkortats.

Josef Nyström

Frederick Soddy, *The Story of Atomic Energy.* Nova Atlantis Publishing Co. Ltd, London 1949, Pp. 136.

I förordet till sin bok om atomenergiens historia påpekar Dr Soddy, att han är den siste kvarlevande av de forskare som aktivt deltogo i det första skedet av radioaktivitetens utforskande. Det är sålunda av särskilt stort intresse att ta del av hans syn på utvecklingen. Hans föregående böcker av liknande art »The Interpretation of Radium» 1906 och »The Interpretation of the Atom» 1932 äro sedan länge slutsålda, och huvudparten av utvecklingen på kärnfysikens område har skett sedan dessa arbeten skrevos. Det räcker att som ett exempel erinra om den artificiella radioaktivitetens upptäckt 1933. Det är därför glädjande att Dr Soddy gjort sig mödan att skriva denna nya bok. Skildringen är avsedd för allmänheten men bjuder mycket av intresse också för dem, som genom sitt dagliga arbete komma i närmare beröring med dessa områden av fysiken och kemien. Den historiska översikten går tillbaka till äldsta tider och illustreras av ett stort antal bilder, som delvis väcka återseendets glädje men delvis äro nya bekantskaper för anmälaren. Boken innehåller många originella synpunkter och en del förutsägelser om den kommande utvecklingen. Författaren ställer sig stundom kritisk till de nu rådande uppfattningarna och teorierna. Man kan, som sammanfattning, säga att Dr Soddys bok ger en värdefull översikt över atomenergiens förhistoria och en intressant inblick i hur en framstående kemist av en äldre skola ser på det nuvarande läget inom kärnforskningen.

Sten von Friesen

Georg Heussel, *Physik. Lehr- und Arbeitsbuch für die Unterstufe der höheren Schulen.* Verlag von R. Oldenbourg, München 1950, 296 sid., 558 figurer och bilder, kart. DM 5: 40.

Dr Heussel är en för äldre och medelålders svenska fysiklärare välkänd man; många deltagare i mellankrigstidens Phywe-kurser i Göttingen minnas honom som en inspirerande föreläsare och virtuos experimentator.

Ursprungligen matematiker blev Heussel en av de främsta förkämparna för experimentell fysikundervisning i Tyskland. Vid sidan av sin lärarverksamhet i Giessen arbetade han i nära trettio år för Phywe och inlade betydande förtjänster om utformningen av denna firmas undervisningsmateriel. Han var till kort före sin död i juli 1950 en flitig medarbetare i den pedagogiska fackpressen. Med sin lärobok *Elementare Elektrizitätslehre* (1932—35) sökte han införa den Pohlska metodiken i skolans fysikundervisning.

Det föreliggande arbetet utgör en värdig avslutning på ett fullödigt livsverk. Varje detalj i boken är noga genomtänkt.

»Unterstufe» (åldrarna 14—16 år) motsvarar ungefär vår realskola, men den kurs, som dr Heussel presenterar, är större och avsevärt mera intelligenskrävande än vår realskolekurs.

Det är intressant att konstatera, att förf. med sina krav på fasta kunskaper och noggrann begreppsbildning följer samma linjer som amerikansk fysikundervisning på sistone börjat slå in på.

Boken är självfallet av stort intresse för fysiklärare, men den är också förtjänt av att bli observerad i den allmänna skoldebatten.

Torsten Jönsson

Ira M. Freeman, *Modern Introductory Physics.* McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1949, Pp. IX+491, $ 4.50.

Modern Introductory Physics är en modern lärobok i fysik, inte en lärobok i modern fysik.

Den är avsedd att täcka den ettåriga college-kursen för den kategori av studerande, som inte skola bli tekniker eller professionella fysiker. Som vanligt förutsättas endast obetydliga kunskaper i matematik (elementär algebra samt rudimentär trigonometri och funktionslära).

Fysikundervisningens och fysikläroböckernas allmänna uppläggning är ett problem, som diskuterats särskilt livligt i U. S. A. efter kriget, såväl på lärarmöten som i den pedagogiska litteraturen; detta sammanhänger självfallet i första hand med de svårigheter, som föranledas av ämnets starka ansvällning, men beror i viss utsträckning också på allmänhetens ökade intresse för fysik.

Freemans bok återspeglar ganska troget den amerikanska lärar-opinionen, sådan denna tedde sig för ett par år sedan, och den är synbarligen utarbetad under stark påverkan av en enkät, som gjordes av J. W. McGrath och publicerades 1945 i *American Journal of Physics,* organ för *American Association of Physics Teachers.* McGrath summerade det insamlade materialet så: »There seems to be a need for a textbook written with the idea of presenting thoroughly a rather small number of important topics

since about two-thirds of the physics instructors think it better to offer physics courses on this basis».

Förf. har utelämnat flera områden av den klassiska fysiken, vilka svenska lärare äro vana att betrakta som viktiga. McGrath, som recenserat boken i *Am. J. Physics* (1949), medger, att »Dr. Freeman's book points the way in which many of our elementary physics courses and textbooks must change», men framhåller också: »Perhaps Dr. Freeman has gone a little too far in the right direction».

Den aktuella amerikanska diskussionen, som i hög grad är förtjänt av att bli beaktad i den svenska skoldebatten, skall inte refereras här. Dock bör kanske nämnas, att man inom amerikanska lärarkretsar nu synes luta åt den uppfattningen, att ungdomen (även den kategori, som läser fysik av rent allmänbildningsintresse) är mest betjänt av att få lära sig grunderna av den klassiska fysiken ordentligt och att man bör avstå från att söka göra fysiken populär (»sälja fysik») genom att ta med för mycket av färska tekniska tillämpningar och s. k. modern fysik.

Uppläggningen av Freemans bok är därför kanske inte riktigt »modern» längre. Förf. ägnar nämligen ca 30 procent av utrymmet åt modern fysik. Enligt förordet har vid valet av material den principen följts, att boken skall försöka besvara »some of the questions arising in the average person's mind regarding the more recent developments in physics — a sequence of events which culminated in the discovery of a means of releasing nuclear energy on a large scale». Endast sådana klassiska moment ha medtagits, »which are needed for an adequate understanding of the newer advances». De historiska, filosofiska och allmänt kulturella aspekterna ha uppmärksammats i jämförelsevis stor utsträckning; »... physics can be a humanistic study with value and meaning for everybody».

Freemans bok är sålunda en lärobok av alldeles ny typ, och den svenske fysikläraren bör kunna hämta många goda idéer därifrån. Den moderna fysiken är organiskt inarbetad i framställningen; det är alltså inte fråga om den traditionella lösa pålappningen av moderna moment på en klassisk lärogång.

Boken kommer säkert också att visa sig vara en angenäm och uppfriskande läsning för den lärare, vars akademiska studier ligga jämförelsevis långt tillbaka i tiden. Den har därjämte en synnerligen tilltalande utstyrsel med behagligt papper, vackert tryck och utmärkta figurer.

Boken innehåller en myckenhet övningsuppgifter samt rikligt med anvisningar på litteratur och undervisningsfilm.

Förf. använder cgs-enheterna i överensstämmelse med utslaget av McGraths enkät. Han säger om mks-systemet: »It has not yet attained widespread use». De amerikanska college-lärarna voro 1945 tydligen inte riktigt med sin tid. *Torsten Jönsson*

B. G. Dammers—J. Haantjes—J. Otte—H. van Suchtelen, *Anwendung der Elektronenröhre in Rundfunkempfängern und Verstärkern.* Buch I (H. F.- und Z. F.-Verstärkung, Mischung und Signalgleichrichtung). N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven 1949, 469 sid., bunden kr. 25: 50.

Denna bok utgör första delen av ett verk på tre volymer, vilket ingår som band 4—6 i *Philips' Bücherreihe über Elektronenröhren,* som är subserie inom *Philips' Technische Bibliothek* och publiceras på tyska, engelska, franska och holländska (första bandet finns även på svenska).

Verket är avsett för avancerade konstruktörer inom radiomottagare- och förstärkartekniken och kan, i motsats till åtskilliga andra volymer i Philips' Technische Bibliothek, inte anses vara av s. k. allmänt intresse. Ett omnämnande här är likväl motiverat, ty arbetet är ett vackert exempel på den höga standard, som utmärker Philips' forskar- och teknikerstab liksom holländsk teknik och naturvetenskap över huvud. *Torsten Jönsson*

Stephen S. Attwood, *Electric and Magnetic Fields.* John Wiley & Sons, Inc., New York, Chapman & Hall, Ltd., London, 3rd Ed., 1949, Pp. XI+475, $ 5.50.

Denna berömda lärobok i elektricitetslära föreligger nu i ny, utvidgad och i flera avseenden moderniserad upplaga. (1. uppl. utkom 1932, 2. uppl. 1941.) Den skrevs ursprungligen för användning vid elektroteknikerutbildningen vid University of Michigan, där förf. sedan 1937 är professor, i syfte att koordinera de grundläggande ämnena (matematik, mekanik, fysik) med de egentliga fackämnena. Ämnet elektricitetslära har ju även vid de svenska tekniska läroanstalterna en dylik samordnande uppgift.

Boken är trevligt skriven och elegant illustrerad, bl. a. med ett stort antal omsorgsfullt utförda fältlinjediagram. Den är pålitlig som uppslagsbok och säkert utmärkt som lärobok; den innehåller en rikhaltig samling övningsexempel.

I denna sista upplaga ha mks-enheterna införts. »During and since World War II a definite and unmistakable swing toward the use of the official mks system of units developed. Consequently, these are the units adopted for use in this edition. Furthermore, there appears to be an increasing trend toward the use of the

rationalized form of the mks system. In line with this development, the formulas have been recast in the rationalized forms (from the cgs forms used in the earlier editions).» Denna förändring har givetvis fört med sig en viss omarbetning.

Tabellariska och grafiska data angående magnetmaterialen äro uttryckta i mks-enheter, vilket kan synas självklart men är värt att påpeka, ty det är alltför vanligt, att handboksförfattare vid övergång till mks-systemet försumma revisionen av denna viktiga detalj.

Attwoods bok är en stimulerande läsning. Den kan anbefallas utan reservation, särskilt åt lärare i fysik och ellära vid våra tekniska skolor; härmed är dock inte sagt, att rec. anser bokens lärogång lämpad att direkt kopieras för användning vid teknisk elementarundervisning. *Torsten Jönsson*

Henry Margenau—William W. Watson—Carol G. Montgomery, *Physics. Principles and Applications.* McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1949, Pp. X+760, $ 5.00.

Det ligger nära till hands att jämföra denna bok med Lemon—Ference, *Analytical Experimental Physics* (rec. i Elementa *32*, 216, 1949). Den är avsedd för samma stadium (Sophomore) men innehåller uppskattningsvis 50 procent mer material, vilket ungefärligen motsvarar den kvantitet, som enligt förordet inte i praktiken kan medhinnas. Framställningen, som genomgående är mycket grundligare än i L.-F. och samtidigt mera kompakt och därför också mera tungläst, är väsentligen deduktiv. Den använda matematiska apparaten är betydligt mera omfattande än som är vanligt i amerikanska läroböcker för ifrågavarande stadium; övningsuppgifterna äro i konsekvens härmed jämförelsevis krävande.

Huvudparten av boken ägnas åt de klassiska områdena av fysiken, vilka i allmänhet behandlas från moderna synpunkter; rec. har observerat, att förf. i några fall inte gått genaste vägen. Atom- och kärnfysik har medtagits i förhållandevis ringa utsträckning.

Experimentella metoder behandlas sparsamt. »Accurate measuring is an art to which this book is only an imperfect guide».

Hela virrvarret av enheter har kommit till användning: fps-, cgs- och mks-systemen samt diverse »tekniska» system. Förf. anse sig förmodligen härigenom ha tillfredsställt lärare av alla meningsriktningar. Men man måste beklaga studenterna.

De tre Yale-professorernas bok är väl utarbetad, fyllig och vederhäftig, modern vad innehållet beträffar men konservativ i uppläggningen. *Torsten Jönsson*

G. W. Scott Blair, *A Survey of General and Applied Rheology*, 2d Ed., Sir Isaac Pitman and Sons Ltd. London 1949. Pp. XV +314, 40 s. net.

The Principles of Rheological Measurement. Report of General Conference of British Rheologists' Club. Bedford College, University of London. October 1946. Thomas Nelson and Sons Ltd., London, Pp. 214, 30 s. net.

Den moderna reologiska vetenskapen sysslar med materiens deformations- och flytningsförhållanden. Huvudintresset för densamma kan sägas vara sådana (industriellt viktiga) ämnen som intaga en ställning mellan normala vätskor och fasta kroppar, exempelvis smörjoljor, plast och vissa livsmedel. I England utges sedan 1930 av Society of Rheology en tidskrift: Journal of Rheology, och 1940 bildades *British Rheologists' Club* (BRC). Liknande sammanslutningar ha senare bildats i en del andra länder.

I andra upplagan (första uppl. 1943) av sin bok har Scott Blair upptagit en mångfald reologiska problem till diskussion. Boken inledes med en utförlig historik över detta kunskapsområdes utveckling, där första milstolpen sättes vid år 1540 f. K. då egyptiern Amenemhet konstruerade ett på grund av den uppnådda noggrannheten berömt »timglas» grundat på vätskeströmning. Stort utrymme ägnas åt definitioner av sådana begrepp som elasticitet, plasticitet, viskositet osv. Utförligt diskuteras egenskaperna hos icke-newtonska vätskor varmed avses vätskor, som ej uppvisa konstant viskositet (viskositeten en funktion av hastighetsgradienten även inom laminära strömningsområdet), till vilka bl. a. kollodiala lösningar och även blodet hör. En redogörelse lämnas för de teorier som framställts för högelastiska ämnen (ex. gummi).

På 60 sidor behandlas reologiska mätningar. Ett stort antal industriella metoder och instrument, använda i praktiken för kontroll av tillverkning och för allmänna undersökningar, beskrivas.

I bokens tre sista kapitel behandlas psyko-fysiska problem, gestalt-psykologi och den newtonska tidsskalan, allt frågor som enligt författarens åsikt har stort intresse för reologin.

Litteraturförteckningen i boken upptar 30 sidor.

Boken lämpar sig mindre väl för en snabborientering över de reologiska problemen, härför är framställningen alltför bred, men den kan rekommenderas åt dem, som ha djupare intresse för hithörande problem.

Den andra av de ovan angivna böckerna återger de föredrag som höllos vid British Rheologists' Club konferens i London 1946. De behandlade tema äro indelade i fyra grupper: 1) Mjuka material

2) Material av konsistens mellan mjuka och hårda 3) Hårda material 4) Definitioner.

Av de föredrag som äga mer allmänt intresse kan nämnas: Träets anisotropa elastiska egenskaper (Wilfred W. Barkas). Mekaniska undersökningar av fasta kroppar (E. Orowan). (Författaren förklarar bl. a., varför glas till skillnad från metaller utan tillhjälp av dragskiva kan dras till tunna trådar). Betydelsen och användningen av vissa reologiska termer (L. R. G. Treloar).

Till föredragen som i allmänhet äro åtföljda av diskussionsinlägg äro fogade mycket omfattande litteraturanvisningar. Den klara framställning, som karakteriserar de olika föredragen, gör att man med hjälp av denna bok med relativt liten tidsuppoffring kan få en god inblick i ett flertal reologiska problem.

J. O. Linde

Howard J. Lucas — David Pressman, *Principles and Practice in Organic Chemistry.* John Wiley & Sons, Inc, New York, Chapman & Hall, Ltd, London, 1949. Pp. XI—557, $ 6.00.

Med detta arbete ha författarna velat åstadkomma en praktisk handledning för det första årets laborationer i organisk kemi på högskolestadiet. Det är dock inte fråga om någon »kokbok» med enbart en samling recept, utan läsaren tvingas ständigt att tänka igenom den teoretiska bakgrunden till försöken. De två första kapitlen äro helt teoretiska och behandla reaktionshastighet, reaktionsvärme, bindnings- och resonansenergi, fri energi och löslighet. I kap. 3—12 genomgås sedan de vanligaste på ett organisk-kemiskt laboratorium förekommande standardoperationerna, såsom smältpunktsbestämning, omkristallisation, extraktion, filtrering, destillation, torkning etc. I varje kapitel behandlas även teorin för ifrågavarande operation. De preparativa försöken uppta huvuddelen av boken, kap. 13—44. För varje substanstyp ges exempel på en eller ett par synteser. Beskrivningarna äro ytterst detaljerade och försedda med kommentarer, ungefär som i Organic Syntheses. Dessutom kan laboranten kontrollera hur mycket han begripit av försöket genom att besvara ett antal frågor, som ges efter varje beskrivning.

I bokens två sista kapitel behandlas kromatografi samt kvalitativ analys av organiska substanser, vilken har stort pedagogiskt värde och nu börjar införas i svenska högskolekurser. Detta kapitel är dock alltför kortfattat för att kunna ge en säker ledning vid identifieringen av en okänd substans.

Det enda man saknar i boken är en handledning i konsten att

använda den kemiska litteraturen. Litteratursynteser utgöra ju ett nödvändigt komplement till de vanliga receptsynteserna.

Icke minst genom sin lyckliga förening av praktik och teori försvarar denna bok väl sin plats i den numera rätt talrika gruppen av organisk-kemiska laboratoriehandböcker.

Gösta Lindstedt

R. Delaby et J. A. Gautier, *Analyse qualitative minérale a l'aide des stillireaction.* (2:a rev. uppl.). Masson & Cie, Paris 1950, 229 p., 820 fr.

Stilla betyder liten droppe, och det franska ordet stillireaction avser alltså reaktion i droppskala eller mikroskala.

Författarna beskriva utförligt, ibland tenderande till omständlighet, droppanalysens teori, teknik och användning inom den kvalitativa analysen. Man saknar dock på sina ställen figurer till belysning av beskrivningarna.

Ett par välskrivna kapitel avhandla reaktionslära på positiva och negativa joner. Bland de positiva upptagas även de »sällsynta» viktiga ämnena Tl, W, Mo, U och Ti (varför ej byta Tl mot V?). Uppsättningen av anjoner är rikhaltig. Reaktionsläran omfattar de vanligaste reaktionerna med oorganiska reagens samt en eller flera reaktioner med organiska specialreagens för varje ämne.

Den systematiska analysgången är den klassiska med uppdelning i sju grupper (5+2 undergrupper). Fe, Al och Cr separeras med NH_3, innan Zn, Mn, Co och Ni fällas med $(NH_4)_2S$. De ovan nämnda sällsynta metallerna äro ej medtagna i analysgången, vilket är pedagogiskt riktigt. Den kvalitativa analysen får ej drivas till självändamål utan skall tjäna till att göra de studerande förtrogna med reaktionsläran och ett renligt och systematiskt arbetssätt och ej till att »analysera resultatet av en explosion i en färghandel» (Biltz).

Boken är klart och redigt skriven, och ett omfattande register gör den användbar ej blott som undervisningsbok utan även som vederhäftig uppslagsbok. *Axel Scholander*

J. K. Eriksen, *Kemi for Gymnasiet,* 176 s. — *Kemiske Forsøg for Gymnasiet,* 68 s., J. H. Schultz, København 1950.

Avsikten med läroboken har varit att införa nyare rön på naturvetenskapens område i gymnasiets kemiundervisning och att få till stånd ett intimt samarbete mellan fysik och kemi.

Proportionen mellan teoretiskt och annat innehåll är därför ej den vi äro vana vid i svenska läroböcker. Halva boken upptages

av kemiska lagar och teorier, dels i form av självständiga avsnitt: kemiska grundbegrepp (31 s.), atomers och molekylers byggnad (15 s.), dels i form av moment införda på lämpliga ställen i den oorganiska delen.

En syra definieras på ett tidigt stadium tillsvidare som en väteförening, som upplöst i vatten reagerar surt, och ett salt som ett ämne, som erhålles, när en syras väte helt eller delvis ersättes av en metall. I stället för bas använder författaren här benämningen metallhydroxid, som uppfattas som en förening av en metalloxid och vatten. Först längre fram, när elektrolysen och jonbegreppet äro genomgångna, definieras syror och baser enligt Brønsted. Som jämförelse äro Arrhenius' definitioner uppställda. Kapitlet om syror och baser blir på detta sätt synnerligen instruktivt och rekommenderas till studium för den som vill orientera sig i ämnet.

Ordningen mellan de olika ämnena är den, att vattnets och luftens beståndsdelar behandlas först. Samtidigt genomgås lösningars osmotiska egenskaper, elektrolytisk dissociation, oxidation och reduktion. När sedan författaren behandlat ädelgaserna, kommer han på ett naturligt sätt över på atomernas och molekylernas byggnad. I särskilda kapitel genomgås sedan de övriga metalloiderna och metallerna.

De olika ämnena behandlas inte särskilt utförligt, men detta hindrar dock inte att läroboken är ett gott arbete och fullt modern.

Den organiska kemien är mycket kortfattad, proteinämnen och bensolkemien ha fått var sin sida.

Lärobokens framställning kompletteras av *Kemiske Forsøg for Gymnasiet*. Detta är en försökshandledning och omfattar endast de för den kemiska förståelsen mest grundläggande försöken. Den är indelad i samma kapitelrubriker som läroboken och kompletterar denna med en del läroboksstoff.

Danska undervisningsministeriet har i cirkulär till skolornas rektorer (januari 1950) förbjudit kemiska försök, som går ut på att utveckla och uppsamla väte med hjälp av natrium eller kalium, som är nedsänkt i vatten. Försöket är som bekant långt ifrån riskfritt. Författaren löser uppgiften på det sättet, att han använder sig av en metallbägare, som till en fjärdedel är fylld med vatten. En liten bit natrium kastas i vattnet, och bägaren täckes med en pappskiva. Efter en stund borttages skivan och vätet antändes. Bland de 192 försöken kan den intresserade kemiläraren välja många trevliga försök. Laborationshandledningen avslutas med 10 välkomponerade regler för laboratoriearbete.

Man läser de båda böckerna med intresse och behållning.

Walter Ekman

Kosmos, Fysiska uppsatser, utgivna av Svenska Fysikersamfundet, bd 27, 1949, 182 s. I bokhandeln häft 12 kr. Medlemskap, årsavg. 12 kr., medför rätt till bundet ex. Anmälan till fil. dr Anna Beckman, Lilljeborgsv. 3, Uppsala.

27:e bandet av Kosmos inledes med en presentation av 1949 års nobelpristagare i fysik och kemi, H. Yukawa och W. F. Giauque, varefter följa åtta läsvärda uppsatser över aktuella problem inom fysik, astronomi, geofysik och meteorologi. Innehållsförteckning återfinnes å annonsblad i Elementas junihäfte.

Man konstaterar, att det senaste bandet står på samma höga nivå som sina föregångare och bör läsas av alla som intressera sig för hithörande frågor. Kosmos torde även lämpa sig som premium för verkligt intresserade fysikelever. *Gunnar Kellström*

Annales Guébhard-Séverine.

Denna i Schweiz utgivna tidskrift, som utkommer med ett häfte årligen och nu har utsänt sin 22:a årgång, har matematiskt-naturvetenskapligt innehåll jämte litteraturanmälningar. Tack vare en donationsfond kan den erhållas gratis efter anmälan till l'Institut Guébhard-Séverine, 5, faubourg de l'Hôpital, Neuchâtel (Suisse).

De senaste fyra häftena innehålla följande längre uppsatser: Les moyens utilisés par les pilotes d'avions pour se diriger. Un cas méconnu de forces en déséquilibre. L'évolution de la notion d'individu chimique. La notion d'espèce en minéralogie. — Quelques aspects de l'électrolyse traités du point de vue moderne. A propos de la décroissance de la phosphorescence du phosphore constitué par un mélange des chlorures de potassium et de thallium en poudre. — Aperçu sur la science des macro-molécules. Une conception énergétique de l'hydrostatique. Le quartz piézoélectrique et la conservation de l'heure. — Réactions et systèmes dits rédox. Les inhibiteurs des solutions fluorescentes. *E. Nordefeldt*

Recensenter i detta häfte: fil. lic. G. Blom, Stockholm; docent G. Borg, Uppsala; fil. lic. G. Dahlquist, Stockholm; lektor W. Ekman, Stockholm; professor S. v. Friesen, Lund; fil. lic. T. Ganelius, Stockholm; fil. stud. L. Hansson, Uppsala; fil. mag. L. Hörmander, Lund; lektor T. Jönsson, Stockholm; lektor G. Kellström, Stockholm; laborator J. O. Linde, Stockholm; fil. lic. G. Lindstedt, Stockholm; docent S. B. Nilsson, Lund; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; docent J. Nyström, Stockholm; lektor K. Persson, Stockholm; civiling. A. Scholander, Stockholm; lärov.adj. E. Wetterwik, Stockholm.

Gradualavhandlingar[1]

Erik Bergstrand, *A Determination of the Velocity of Light* (Arkiv för fysik, Bd 2, nr 15, 1950. Ett sammandrag i Kosmos 1949. Disp. i Uppsala den 24 maj 1950. Opponenter prof. Hannes Alfvén och statsgeodet Erik Tengström.

En apparatur, geodimetern, och dess funktion beskrives. Instrumentet är avsett för geodetiska distansmätningar på max. 40 km och arbetar för detta ändamål enligt en omvändning av Fizeaus princip för bestämning av ljushastigheten. Det är emellertid även användbart för en dylik bestämning. Ljusväxlingen genom kerrcell styres av en kristalloscillator med frekvensen 8 Mc. Oscillatorn lämnar även driftspänningen till en fotocell av multiplikatortyp, vilken upptar det från den avlägsna planspegeln återkastade ljuset. Ljusvariationerna bringas att växla fas (180°) 100 ggr i sek. De ur fotocellen uttagna strömmarna delas upp i två grenar, en för varje fasläge. Grenarna ingå i en bryggkoppling, varigenom uppnås, att den erhållna indikeringsströmmen, vars styrka periodiskt beror av avståndet till planspegeln, går genom noll samtidigt med att ändringen i styrka är som störst. Den använda frekvensen bestämdes vid varje mättillfälle via radioöverföring till telegrafverkets frekvenskontrollstation utanför Enköping. Den använda vägsträckan var Kartverkets 7 km baslinje, likaledes vid Enköping. Det erhållna värdet på ljushastigheten, $299\,793{,}1 \pm 0{,}25$ km/sek., användes för två längdbestämningar i Norrland på 20 och 31 km med inre medelfelen 4 och 7 cm. I felgränserna för ljushastigheten ingå beräknade eller uppskattade fel i baslängd, frekvens, planspegel och instrumentinställning, brytningsindex för luft, atmosfäriska förhållanden och färg på det använda ljuset.

Resultatet ligger 17 km/sek. högre än det tidigare som bäst antagna värdet på ljushastigheten. Det överensstämmer däremot helt med engelska och amerikanska bestämningar av fortplantningshastigheten för radarvågor. Någon systematisk variation med tiden kunde ej spåras.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

BERTIL NYMAN, *On the One-dimensional Translation Group and Semi-group in Certain Function Spaces.* Uppsala 1950, 55 s. Disp. i Uppsala den 25 maj 1950. Opponenter: docent KARI KARHUNEN, Helsingfors, och fil. lic. YNGVE DOMAR, Uppsala.

Ett allmänt problem inom den harmoniska analysen är i korthet följande: Låt B vara en linjär rymd av komplexa funktioner på en lokalt kompakt Abelsk topologisk grupp G, och låt C vara en linjär delmängd av B, invariant vid gruppoperationen och sluten i en viss topologi i B. Bestäm villkoren för att följande s. k. exstinktionssats skall gälla: Under förutsättning att C ej är tom innehåller C alltid en karaktär till G.

Den första satsen av denna typ bevisades av BEURLING år 1945 och utsäger, att det slutna höljet i den trånga topologien av den linjära mångfald, som uppspännes av translationerna av en på reella axeln definierad, begränsad och uniformt kontinuerlig funktion $\not\equiv 0$, alltid innehåller en ren svängning. Andra dylika satser ha sedan bevisats av GODEMENT och SCHWARTZ.

Förf. har undersökt detta problem i rymder L_p^∞, bestående av mätbara funktioner, definierade på reella axeln. p betecknar här en viktfunktion $p(x)$, och funktionerna $f(x)$ i L_p^∞ äro karakteriserade genom relationen $\sup |f(x)|/p(x) < \infty$. Den spektrala mängden av en funktion $f(x)$ i L_p^∞ definieras såsom mängden av alla de komplexa tal s, för vilka karaktärerna e^{-sx} ingå i det svaga höljet av den linjära mängd, som uppspännes av funktionens translationer. Exstinktionssatsens giltighet har utretts för vissa olika typer av viktfunktioner, mot vilka svara fall då den fullständiga spektralmängden består av ett slutet halvplan, ett slutet band samt imaginära axeln. I det förstnämnda fallet (i detta fall är $L_p^\infty \equiv \equiv L^\infty(0, \infty)$) visas, att satsen är giltig i något modifierad form. I de övriga undersökta fallen visas genom konstruktion av exempel, att satsen ej gäller. I dessa senare fall blir följande närbesläktade problem av betydande intresse: Låt $f(x)$ vara en funktion i L_p^1 ($f(x)\,p(x)$ summabel). När är mängden av f:s translationer fundamental i L_p^1? Några satser, som ange nödvändiga och tillräckliga villkor för denna slutenhetsegenskap, ha härletts.

Även vissa andra typer av funktionsrum än de ovan nämnda ha studerats, svarande mot fall där den fullständiga spektralmängden består av ett öppet halvplan och av den slutna enhetscirkeln. Som ett allmänt resultat har det visat sig, att den fullständiga spektralmängdens kompakthet spelar en stor roll för problemet.

De metoder som kommit till användning vid behandlingen av dessa frågor hänföra sig huvudsakligen till teorien för integralekvationer av faltningstyp och för Fourierintegraler.

TORD HALL, *On Polynomials Bounded at an Infinity of Points.* Uppsala 1950, 47 s. Disp. i Uppsala den 29 april 1950. Opponenter: docent GÖRAN BORG och fil. kand. MAGNUS TIDEMAN.

I avhandlingen studeras följande, ej tidigare behandlade problemställning:

$A_1, A_2, \ldots$ äro givna positiva tal, $A_\nu \geqq 1$, $\nu = 1, 2, \ldots$; $\lambda_1, \lambda_2 \ldots$ äro givna punkter i det komplexa planet, $\lambda_\nu \neq \lambda_\mu$, när $\nu \neq \mu$. Följderna $\{A_\nu\}$ och $\{\lambda_\nu\}$ uppfylla villkoret

$$\lim_{\nu=\infty} \frac{|\lambda_\nu|^k}{A_\nu} = 0, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

C är klassen av polynom $P(z)$ av godtyckligt gradtal, som satisfiera olikheterna $|P(\lambda_\nu)| \leq A_\nu$, $\nu = 1, 2, \ldots$

Om slutligen, i en punkt $z = z_0$, som ej tillhör punktmängden $\{\lambda_\nu\}$, beteckningen $M(z_0) = \sup_{P \in C} |P(z_0)|$ införes, så är avhandlingens huvudproblem att finna kriterier, som (med den av förf. införda terminologien) särskilja det paraboliska fallet, $0 < M(z_0) < \infty$, och det elliptiska fallet, $M(z_0) = \infty$.

Med funktionalanalytiska metoder härledes en dualitet mellan detta problem och lösbarheten hos ett system linjära ekvationer med oändligt många obekanta. Härigenom erhålles följande nödvändiga och tillräckliga villkor för att det paraboliska fallet skall inträffa (i $z_0 = 0$):

Ekvationssystemet $\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x_\nu}{A_\nu} \lambda_\nu^k = 0$, $k = 1, 2, \ldots$, skall ha en lösning $\sum_{\nu=1}^{\infty} |x_\nu| \leq 1$, där $\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x_\nu}{A_\nu} \neq 0$.

Detta kriterium kan sedan omedelbart tolkas och ytterligare bearbetas med hjälp av Borel-serier. Genom denna transformation blir det ursprungliga problemet återfört till tidigare behandlade problemställningar, vilket bl. a. resulterar i några kriterier på det elliptiska fallet.

Slutligen uppställes, med tillhjälp av andra villkor på följderna $\{A_\nu\}$ och $\{\lambda_\nu\}$ än de förut angivna, och med användande av en annan metod, ett tillräckligt villkor för det paraboliska fallet.

BENGT LINDBERG, *Studies on Glycosides, especially the α/β Transformation.* Utom sammanfattningen 11 uppsatser i Acta Chemica Scandinavica. Disp. vid Stockholms Högskola den 17 maj 1950. Opponenter: prof. NILS A. SÖRENSEN och fil. lic. GÖSTA LINDSTEDT.

Mutarotationen av socker katalyseras av såväl baser som syror. Den analoga reaktionen för glykosider, α/β-omlagringen, katalyseras av de starka syrorna tenntetraklorid och titantetraklorid. I avhandlingen har denna reaktion, som är viktig för syntes av fullacetylerade alkyl-α-glykosider, studerats närmare. Det har visat sig att flera andra starka syror kunna användas för att katalysera omlagringen. Av dessa erbjuder bortrifluorid vissa fördelar, i synnerhet då det gäller att omlagra känsliga glykosider, vilka förstöras av de övriga katalysatorerna.

Svavelsyra, löst i en blandning av ättiksyraanhydrid och ättiksyra, katalyserar också omlagringen. I detta medium kan reaktionen följas polarimetriskt. α/β-Omlagringen av ett antal fullacetylerade alkylglukosider har studerats kinetiskt med denna metod. Elektronrepellerande grupper, t. ex. metylgrupper, i aglykonen underlätta reaktionen, medan elektronattraherande, t. ex. kloratomer, verka i motsatt riktning. Inflytandet av elektronattraherande grupper kan bli så starkt, att omlagringen inte går att genomföra. Detta är fallet i disacharider av typen cellobios, där två syreatomer i den aglykoniskt bundna glukosmolekylen stå i β-ställning till den glykosidiska bindningen. I disacharider av typen gentiobios finns det däremot bara en sådan syreatom som nedsätter reaktiviteten, varför omlagringen borde gå att genomföra. Det har också lyckats att omlagra gentiobiosoktaacetat till isomaltosoktaacetat. Isomaltos, som nu syntetiserats för första gången, är en nedbrytningsprodukt av stärkelse.

2,4-Dinitrofenyl-β-glukosidtetraacetat har omlagrats till α-formen genom behandling med alkali i vattenfri pyridin. Detta är det första exemplet på omlagring av en glykosid med alkali. Metoden är inte generell; glykosider av mindre sura fenoler omlagras ej under dessa betingelser.

β-Glukosiderna av de fungicida fenolerna i tallkärnved, pinosylvin och pinosylvinmonometyleter, ha syntetiserats och prövats mot rötsvampar. I avhandlingen ingå några uppsatser, som behandla syntes av utgångsmaterial till de ovan beskrivna undersökningarna.

Tidskrifter

Tellus, Svenska Geofysiska Föreningen, Stockholm 1950: 2.

Ur innehållet: A. VASSY et E. VASSY, Recherches sur l'ozone atmosphérique; H. ALFVÉN, Origin of the Terrestrial and Solar Magnetic Fields; G. ARRHENIUS, Climatic Changes as Recorded by the Equatorial Current System; R. SIKSNA, Photographic Emulsion Method; W. H. MUNK and R. MILLER, Variation in the Earth's Angular Velocity; G. VIETE, Die Zirkulation während der diluvialen Vereisungsperioden; N. A. PHILLIPS, The Behavior of Jet Streams over Eastern North America.

IVA, 1949: 4, 1950: 1—3.

Ur innehållet: Instruments and Measurements Conference Stockholm 1949. Abstracts of Lectures; Quantitative Measurement of Detonation Intensity in Internal Combustion Engines; Flame Spraying by the Powder-Process; Korrosionsfrågor i USA; Verkställande direktörens rapport vid högtidsdagen 24 oktober 1949; Flera uppsatser om tjära och tjärderivat; En ny synoptisk-aerologisk metod att förutsäga åska; Den svenska siffermaskinen BARK och dess användningsområde.

Ljuskultur, 1950: 1—2.

Ur innehållet: Lysrör för drift vid låga temperaturer; Lysrör med glödlampa som enda tillsatsapparat; Dagslyset i lysteknikken; Transduktorer för ljusreglering; Ljusrörets flimring; Glödlampor med silikatbelagd kolv; Ögat, ljuset och synprestationen; Undersøgelser angående lysets kvalitet (glødelys contra lysstofflys).

Populär radio, 1950: 3—8.

Ur innehållet: Geodimetern; Om pulsgeneratorer; Clapp-oscillatorns teori; Mekanismen hos dielektrika; Radar-reflektorer som navigeringshjälp; Några drag ur den moderna atom- och kärnfysiken; Bandspelare för amatörbygge. Ett stort antal radiotekniska nyheter och bokrecensioner.

Nordisk Astronomisk Tidsskrift, København 1950: 2.

Ur innehållet: O. STRUVE, Fremskridt i radio-astronomi; F. HJERTING, Dobbeltstjernesystemet Beta i Lyren; A. NIELSEN, Et lille astrokamera; P. DARNELLS observatorium i Islev.

Fysisk Tidsskrift, København 1949: 3—6.

Ur innehållet: N. O. LASSEN, Sønderdeling af deuteronen med γ-stråler; B. BUCHMANN-OLSEN, Farveopfattelse og farvemåling; N. E. HOLMBLAD, Foredrag om fjernsyn; E. W. JENSEN, Virkningsgraden ved opladning af energiakkumulerende systemer; Nekrologer över prof. M. Knudsen, rektor L. J. Ring och lektor H. Bloch. *Fysik i skolen:* En ny type influensmaskine; Aerodynamik; Øvelse over uelastisk stød; Bestemmelse af metallers absolutte varmeledningskoefficient; En bemærkning til grundforsøg over elektriske svingninger.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1950: 2.

Ur innehållet: J. KALICKI, On the Structure of Bracket-free Formulae; A. ROSÉ, Post Lattices; J. E. FJELDSTAD, Fouriers og Fourier-Bessels integralsats; Å. RAMBERG, Noen relasjoner mellom e og π; O. BORGERSEN, Omkretsen av plane lukkede kurver.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1950: juli.

Ur innehållet: G. FLOTTORP, Ørets følsomhet for frekvensforandring; F. DEVIK, Om strålevirkninger i levende organismer; E. HYLLERAAS, Om en ny dobbelt anslått tilstand for det negative vannstoffjon.

Science Progress, London 1950: July.

Ur innehållet: The Evolution of the Earth's Atmosphere; Life on Sandy Shores; Recent Studies of Shells of the Coal Measures; Optical Activity. Its Study, Therminology and Uses. Recent advance in Science: Astronomy, Physics, Meteorology, Organic Chemistry, Biochemistry, Geology, Zoology. Ett stort antal bokanmälningar.

Discovery, London 1950: May, June, July, August.

Ur innehållet: Science in South Africa; Catalytic Cracking; Old and New Titanium; The Electrophonic Organ; The Preparation of Weather Forecasts; Glycerine from Petroleum; The Role of Big Telescopes; Oliver Heaviside; Science in the Festival of Britain; Soil Erosion and Conservation; The Electron Microscope and its Uses; What is the Milky Way?; The cyclotron and its Limitations. Notiser. Bokanmälningar.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1710) *Styrlinjerna och en tangent till ett kägelsnitt äro givna. Bestäm orten för brännpunkterna.* *X.*

1711) *En variabel cirkel med centrum M på y-axeln går genom en fast punkt A på positiva y-axeln och skär den pos. x-axeln i N. Konstruera den punkt X, i vilken linjen MN tangerar sin envelopp. Konstruera även enveloppens krökningscirkel i X.* *X.*

1712) *A, B, C och D äro konsekutiva hörn till en i enhetscirkeln inskriven regelbunden sjuhörning. Visa, att ytan av triangeln ABD är $\sqrt{7} : 4$ ytenheter.* *N. J.*

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Högre allm. läroverket å Östermalm, Stockholm.

Enklare matematiska uppgifter[1]

1713) Lös ekvationssystemet: $\frac{x:a-a}{b}=\frac{y:b-b}{c}=\frac{z:c-c}{a}$;

$$x+y+z=(a+b+c)^2.$$

Svar: $x=2ab+a^2$, $y=2bc+b^2$, $z=2ac+c^2$.

1714) I en rätvinklig triangel synes den inskrivna cirkeln under 120° från hypotenusans mittpunkt. Beräkna de spetsiga vinklarna.

Svar: 35,70° och 54,30°.

1715) I en rätvinklig triangel drages från den omskrivna cirkelns medelpunkt en tangent till den inskrivna cirkeln. Denna tangent bildar 60° med den längre kateten. Sök den minsta vinkeln.

Svar 30° eller 42,4°.

1716) I en cirkel med medelpunkten O är AB diameter och OC en mot AB vinkelrät radie. I vilket förhållande skall AC delas av en punkt P, för att AB och OC från denna skola synas under lika vinklar?

Svar: 2:1.

1717) En likbent triangel är omskriven kring en cirkel. En av basens ändpunkter tages till topp i en ny likbent triangel, omskriven kring cirkeln, denna triangels ena bashörn till spets i en ny likbent triangel osv. i oändlighet. Visa, att trianglarna tendera att bli liksidiga.

1718) I serien t_0, t_1, t_2, t_3, ..., t_n, ... är $t_0=a$ och $t_1=b$. För alla n är $6t_{n+2}=5t_{n+1}-t_n$. Sök $\lim_{n\to\infty} s_n$.

Svar $0{,}5a+3b$.

1719) Bestäm $\lim_{n\infty\leftarrow}(1+3+6+10\ldots+t_n):t_n^{1{,}5}$.

Svar: $\sqrt{2}:3$.

1720) I en regelbunden tetraeder $O(ABC)$ delas kanten OB mitt itu i D och OC i E i förhållandet 1:2 från O räknat. Bestäm projektionen av triangeln ADE på bottenplanet ABC med denna yta som enhet.

Svar: 1:3.

1721) En rät linje skär parabeln $y^2=4ax$ i A och B på samma sida om x-axeln. Beräkna summan av *linjens* subnormaler i A och B.

Svar: $4a$.

[1] Uppg. 1713 är insänd av *S. B.*, 1714, 1715 av *P. G. Ljungfors*, 1716, 1717, 1720 av *B. Svenonius*, 1718, 1719 av *I. Gunsjö*, 1721—1723 av *X.*

1722) Sök brännpunkterna i de parabler med x-axeln som symmetriaxel, vilka gå genom (0; 4) och tangera linjen $x-2y+10=0$.

Svar: (0; 0) och (−7,5; 0).

1723) Linjerna $8x-y+16=0$ och $x+y+2=0$ tangera kurvan $y=ax^3+bx$. Bestäm a och b.

Svar: $a=1$, $b=-4$.

Lösn. till uppg. 1679—1681.

1679) *Från punkten T dragas tangenterna till en parabel med brännpunkten F. Normalerna i tangeringspunkterna råkas i N. Visa, att* $\overline{TN}^2 = \overline{NF}^2 + 3\overline{TF}^2$. *R. Ingre.*

Om A och B äro tangeringspunkterna och TF utdrages stycket $FG=TF$, så ligga punkterna T, A, B, N, G på samma cirkel med diametern TN. Detta följer ur en känd parabelsats, enligt vilken F ligger på cirkeln TA_1B_1, där A_1 och B_1 äro mittpunkterna av TA och TB, utskurna av den med AB parallella parabeltangenten A_1B_1. Varje parabel, som är inskriven i en triangel, har sin brännpunkt på dess omskrivna cirkel (F. Carlson, Geometri I, uppg. 411). Sedan fås ur rätvinkliga trianglar $\overline{TN}^2=4\overline{TF}^2+(\overline{NF}^2-\overline{TF}^2)$. *X.*

1680) *Att konstruera inflexionstangenten till en kubisk parabel, när man utom oändlighetsriktningen känner inflexionspunkten och två punkter på kurvan.* *X.*

Inflexionspunkten kallas I och de andra punkterna P och Q. Linjer, som ha kurvans ∞-riktning, kallas ordinator. IP skär ordinatan genom Q i Q_1; IQ skär ordinatan genom P i P_1. Linjen genom I och mittpunkten M av P_1Q_1 skär nyssnämnda ordinator i Q_2 och P_2. Då är inflexionstangenten t den med P_1Q_2 (eller P_2Q_1) parallella linjen genom I.

Bevis: Tages t till x-axel och ordinatan genom I till y-axel, får man ($y_P=\overrightarrow{P_0P}$ osv.) $y_P : y_{Q_1}=x_P : x_Q$; $y_{Q_1} : y_{Q_2}=y_{P_2} : y_{Q_2}=x_P : x_Q$; $y_{Q_2} : y_Q=y_{P_1} : y_Q=x_P : x_Q$ dvs. efter multiplikation $y_P : y_Q=(x_P : x_Q)^3$, som sig bör, då ju kurvans ekv. är $y=Kx^3$.

När $Q \to P$ längs kurvan, gå $Q_2Q : P_2P_1$ och $PP_2 : P_2P_1=PP_2 : Q_1Q_2$ båda mot 1. Låt PQ skära x-axeln i R. Enär PQ delar Q_1P_2 och IP_0 i förh. $IR : RP_0=Q_1Q : PP_2$, som $\to 2$, måste tangenten i P dela IP_0 i förh. $IT : TP_0=2:1$. Om man därför känner (P och) tangenten i P i stället för (P och) Q, konstrueras t omedelbart med hjälp härav. *X.*

1681) *Beräkna höjden i en fyrsidig pyramid, om dess fotpunkt är skärningspunkt mellan de mot varandra vinkelräta basdiagonalerna samt de triangulära sidoytorna äro i ordning a, b, c och d.*
N. J.

Om höjden är x och basdiagonalernas delar m, n, r och p, så är enl. en känd sats för ett trirektangulärt hörn (stud. uppg. 7, jan. 47) $m^2n^2+m^2x^2+n^2x^2=4a^2$ dvs. $(x^2+m^2)(x^2+n^2)=4a^2+x^4$ (1), $(x^2+n^2)(x^2+r^2)=4b^2+x^4$ (2), $(x^2+r^2)(x^2+p^2)=4c^2+x^4$ (3), $(x^2+p^2)(x^2+m^2)=4d^2+x^4$ (4). Genom ledvis multiplikation i (1), (3) resp. (2), (4) och jämförelse fås $(4a^2+x^4)(4c^2+x^4)=(4b^2+x^4)(4d^2+x^4)$, varav $x=\sqrt[4]{4(b^2d^2-a^2c^2):(a^2-b^2+c^2-d^2)}$. För $a^2=b^2$, $c^2=d^2$ (eller $a^2=d^2$, $b^2=c^2$) är x obestämt. *S. B.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Augusti—september 1950

Matematiska uppgifter för latinlinjen

1. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x^2-xy=8, \\ y^2+xy=12. \end{cases}$
2. I en konvergent oändlig geometrisk serie är skillnaden mellan summan och första termen $1\frac{1}{15}$. Seriens kvot är medeltalet av summan och första termen. Bestäm seriens två första termer.
3. I triangeln ABC är AB 4 cm, AC 5 cm och BC 6 cm. Mittpunktsnormalerna till sidorna BC och AB skära sidan AC respektive dess förlängning i punkterna D och E. Beräkna avståndet DE.
4. $ABCD$ är en kvadrat med sidan 8 cm; E är en punkt på sidan BC, 2 cm från B. En med diagonalen BD parallell linje skär sidan AB i F och sidan AD i G. Uttryck ytan av triangeln EFG som funktion av avståndet BF och åskådliggör med ett diagram, hur denna funktion varierar, då punkten F genomlöper sidan BA. Ange särskilt triangelytans största värde.
5. I triangeln ABC är vinkeln C rät. En cirkel går genom hörnet B och mittpunkten på sidan BC samt tangerar sidan AC i dess mittpunkt. Cirkeln skär vidare hypotenusan AB i en punkt D. I vilket förhållande delas sidan AB av punkten D?

6. I en rätvinklig triangel är medianen till den ena kateten medelproportional till hypotenusan och den andra kateten. Bestäm triangelns spetsiga vinklar.
7. En triangels sidor ha längderna 4 dm, 7 dm och 9 dm. Medianen till den största sidan delas av den i triangeln inskrivna cirkeln i tre delar. Beräkna dessas längder.
8. Höjden mot en sida i en triangel tages till diameter i en cirkel, som skär de båda övriga sidorna i punkterna P och Q. Visa, att längden av kordan PQ är $= T/R$, där T betecknar triangelns yta och R radien i den kring triangeln omskrivna cirkeln.

Resultat: **1.** $x_1=4$, $y_1=2$; $x_2=-4$, $y_2=-2$; $x_3=\sqrt{2}$, $y_3=-3\sqrt{2}$; $x_4=-\sqrt{2}$, $y_4=3\sqrt{2}$. **2.** $\frac{4}{15}$ och $\frac{16}{75}$. **3.** 15 cm. **4.** $T=12{,}5-\frac{1}{2}(x-3)^2$, som har max.$=12{,}5$ cm^2 för $x=3$ cm. **5.** 1 : 5. **6.** 19,47° och 70,53°. **7.** $\frac{1}{7}(11-6\sqrt{2})=0{,}359$ dm; $\frac{1}{7}\sqrt{2}=2{,}424$ dm; $\frac{1}{14}(27-12\sqrt{2})=0{,}716$ dm. — Medianen är 3,5 cm. Använd kordasatsen eller beräkna avståndet (x) från medelpunkten till medianen. Då $T=6\sqrt{5}$ och $r=0{,}6\sqrt{5}$, erhålles $\frac{1}{2}(3{,}5x+4r+4{,}5r)=3\sqrt{5}$, varav $x=9\sqrt{5}:35$ osv. **8.** Enl. sinusteoremet är $PQ:\sin A=h_a=2T:a=2T:2R\sin A$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. I triangeln ABC är vinkeln A dubbelt så stor som vinkeln B och sidan c dubbelt så stor som sidan b. Bestäm triangelns vinklar.
2. En aritmetisk serie med 4 termer och en konvergent oändlig geometrisk serie ha lika stora första termer och även lika stora andra termer. Den aritmetiska seriens summa är 14, den geometriska seriens -4. Bestäm seriernas första och andra termer.
3. Punkterna $(-2;\ -1)$ och $(-4;\ 3)$ äro mittpunkter på två motstående sidor i en romb. Rombens ena diagonal är parallell med linjen $x-y=0$. Bestäm koordinaterna för rombens hörn.
4. I triangeln ABC är vinkeln $A=90°$, sidan $AB=2$ cm och sidan $AC=1$ cm. Från mittpunkten D på AB drages en rät linje, som skär BC i E och förlängningen av AC i F, så att $DE:EF=2:1$. Hur stor är vinkeln BED?
5. Upprita kurvan $y=(x^2-1)^2$ i dess huvuddrag. En likbent triangel har spetsen i origo, basen parallell med x-axeln och basens ändpunkter på den nämnda kurvan. Undersök och åskådliggör med ett diagram, hur ytan av denna triangel varierar med längden av halva basen. Ange speciellt, om ytan antar några maximi- eller minimivärden.

6. Tre lika stora klot äro placerade på ett horisontellt bord, så att vartdera klotet tangerar de båda övriga. I rummet mellan kloten nedsänkes en rät cirkulär kon med spetsen nedåt och axeln vertikal, till dess att konen tangerar de tre kloten. För vilka värden på konens toppvinkel är detta möjligt?
7. En given cirkel delas i p stycken sektorer med lika stora medelpunktsvinklar, genom att radierna OA_0, OA_1, OA_2, ... OA_{p-1} dragas. Från A_0 fälles normalen A_0B_1 mot OA_1, från B_1 normalen B_1B_2 mot OA_2 osv. Från den på OA_{p-1} erhållna fotpunkten B_{p-1} fälles normalen $B_{p-1}B_p$ mot OA_0, från B_p normalen B_pB_{p+1} mot OA_1 osv. Om konstruktionen upprepas i oändlighet, erhålles en bruten spirallinje $A_0B_1B_2 \ldots B_{p-1}B_pB_{p+1}$ ..., bestående av ett obegränsat antal sträckor. För vilka värden på p gäller, att längden av denna spirallinje är mindre än hälften men större än tredjedelen av den givna cirkelns omkrets, och hur stora äro i dessa fall sektorernas medelpunktsvinklar?
8. I en oregelbunden tetraeder lägges parallellt med två motstående kantlinjer ett plan, som delar en av de övriga kantlinjerna i förhållandet 1 : 2. I vilket förhållande delas tetraederns volym av detta plan?

Resultat: **1.** $A=60°$; $B=30°$; $C=90°$. **2.** $-4\frac{2}{3}$ och $\frac{7}{9}$. **3.** (0; −2), (−4; 0), (−6; 4), (−2; 2). **4.** $\operatorname{tg}\alpha=\frac{6}{13}$; $\alpha=24{,}78°$. — Drages $DG \parallel AC$, blir $DG=\frac{1}{2}$ cm, varav $CF=\frac{1}{4}$ cm, osv. **5.** Den givna kurvan har max. i (0; 1) och min. i (± 1; 0). Triangelytan går med växande x_P, från 0 över ett max.$=16\sqrt{5}:125$ för $x_P=1:\sqrt{5}$ till 0 för $x_P=1$ och växer sedan till ∞. **6.** $16{,}44° \leqq x < 180°$. **7.** För p-värdena 8, 9 och 10 med medelp.vinklarna 45°, 40° och 36° resp. — Om radien$=r$, är spirallinjens längd$=r \cdot \sin\frac{360°}{p}\left(1-\cos\frac{360°}{p}\right)=r\cdot\cot\frac{180°}{p}$, som växer med p. **8.** 7 : 20. — Om pyramiden är $O(ABC)$ och planet parallellt med AC och OB, kan den del som innehåller OB, genom ett plan $\parallel ABC$, delas i ett prisma och en pyramid.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Bestäm eventuella maxima och minima av funktionen $y=\sin x\cos(x+30°)$ för $0 \leqq x \leqq 180°$ och motsvarande x-värden.
2. Linjen L med ekvationen $3x-4y=7$ skär x-axeln i punkten A. Genom punkten (1; 1) drages en rät linje, som skär x-axeln i punkten B och linjen L i punkten C. Bestäm ekvationen för denna linje, då $AB=AC$.

3. Normalen i en punkt A på parabeln $y^2=4ax$ råkar vertextangenten i punkten B. Sök och konstruera i stora drag orten för mittpunkten på sträckan AB.
4. Ändpunkterna av den ena parameterkordan i en ellips sammanbindas med den längst bort belägna ändpunkten av storaxeln, så att en triangel bildas. Hur stor är ellipsens excentricitet, om förhållandet mellan denna triangels yta och ellipsens yta är så stort som möjligt?
5. En godtycklig tangent till en hyperbel råkar vertextangenterna i punkterna Q och R samt transversalaxeln i punkten S. Visa, att $SF_1 \cdot SF_2 = SQ \cdot SR$, där F_1 och F_2 beteckna hyperbelns brännpunkter.
6. Två konvergenta oändliga geometriska serier äro så beskaffade, att första termen i vardera serien är lika med kvoten i den andra serien. Kvoterna äro rötter till ekvationen $x^2-6ax-3a^2=0$. Undersök, om summan av seriernas summor har något maximum eller minimum för varierande reella värden på a, och ange detta eller dessa värden på a jämte motsvarande maximi- eller minimivärden.
7. Genomför en undersökning av *antalet* inflexionspunkter på kurvan $y=x^5+ax^4+bx^3$ för olika reella värden på konstanterna a och b. Undersökningen skall även omfatta de specialfall, då a eller b eller båda äro $=0$. Fullständig motivering måste givetvis lämnas för att inflexionspunkter föreligga. — Diskussion av de motsvarande kurvorna erfordras icke, men även en summarisk sådan betraktas som en förtjänst. Man kan exempelvis undersöka och schematiskt upprita de olika kurvtyper, som erhållas, om b fixeras till 1 och a antar lämpliga värden.

Resultat: **1.** $y_{\max}=0{,}25$ för $x=30°$; $y_{\min}=-0{,}75$ för $x=120°$; dessutom gränsmin.$=0$ för $x=0°$ och gränsmax.$=0$ för $x=180°$. **2.** $x-3y+2=0$ och $3x+y-4=0$ (Även $3x+4y-7=0$, om A, B och C få sammanfalla). **3.** $ay^2-2x(x+2a)^2=0$; $ax \geqq 0$. Den isolerade punkten $(-2a;\ 0)$ på kurvan tillhör ej orten. **4.** 0,5. — Om man observerar, att den största triangel som kan inskrivas i en cirkel är liksidig, erhålles svaret omedelbart genom projektion. **5.** Man visar lätt antingen att QR synes under rät vinkel från F_1 och F_2 eller att tangentens skärningspunkt med y-axeln ligger lika långt från F_1, Q, F_2 och R. En cirkel kan alltså läggas genom punkterna. **6.** Max.$=0{,}5$ för $a=\frac{1}{9}$. Talvärdet av rötterna till den givna ekv. måste vara <1. Då den numeriskt största är $=a(\sqrt{12}+3)$, blir konvergensvillkoret: $|a|<1:(\sqrt{12}+3)$; dessutom $a \neq 0$. **7.** *Första fallet:* $b \neq 0$; *tre* inflexp., om $3a^2>10b$, eljest *en*; origo är alltid inflexp.

Andra fallet: $b=0$; *en* inflexp., som ligger i origo eller utanför, allteftersom $a=$resp.$\neq 0$. — En geometrisk översikt över fallen kan man få på följande sätt: Ett ab-plan delas av parabeln $3a^2=10b$ och a-axeln i fyra områden. Ligger $(a;\ b)$ på gränskurvorna eller inom parabeln, är antalet i inflexp. *en*, eljest *tre*.

Uppgifter i fysik

Lösningarna till uppgifterna 1, 2, 5—7 böra åtföljas av enkla figurer.

1. En hiss, som är stadd i nedåtgående med hastigheten 1,8 m/sek, skall bringas att stanna och bromsas därvid in på en sträcka av 1,5 m. Hissen jämte belastning väger 1090 kg. Hur stor är spänningen i bärlinan under inbromsningen, om hissens rörelse därvid antages vara likformigt retarderad?
2. Ett hjul, som väger 95 g, kan utan nämnvärd friktion rotera kring en horisontell axel. Hjulets form är sådan, att man kan anse dess massa vara likformigt fördelad över en cylindermantel. Vid ett tillfälle, då hjulet står stilla, lägges en liten vikt om 5 g högst upp på hjulet. Viktens avstånd till rotationsaxeln kan anses vara lika stort som cylindermantelns radie. Genom en obetydlig påverkan sättes hjulet i rotation. Med vilken kraft trycker vikten mot hjulet i radiens riktning, då hjulet roterat 30°? Friktionen mellan vikten och hjulet är tillräckligt stor för att hindra vikten från att glida under ifrågavarande del av rörelsen.
3. I en vätgasbehållare A, vars volym är 10 l, har trycket nedgått till 1 kp/cm², varför behållaren måste påfyllas. Påfyllningen sker från en större vätgasbehållare B, vars volym är 60 l och tryck 150 kp/cm². När trycket i B sjunkit till 140 kp/cm², avbrytes påfyllningen. Vätgasens temperatur i de bägge behållarna är såväl före som under påfyllningen +9° C. Behållaren A flyttas efter påfyllningen till ett rum, där temperaturen är +18° C. Vilket tryck får den inneslutna gasen, sedan den antagit den högre temperaturen?
4. En elev hade fått till uppgift att bestämma svängningstalet för en gammal stämgaffel, märkt $\bar{g}$. Till hans förfogande ställdes en stämgaffel, märkt $\bar{a}$, med svängningstalet 440 (normaltonen) samt ett monokord, innehållande en spänd sträng jämte två skjutbara stall, vilka avgränsade den ljudande delen av strängen. Då han anslog $\bar{a}$-gaffeln och försatte strängen i transversella svängningar, ljöd strängens grundton unisont med gaffeltonen, om avståndet mellan stallen var l_1. Motsvarande värde, då $\bar{g}$-gaffeln anslogs, var l_2. Som medelvärde av flera bestämningar

erhöll han $l_1 = 634$ mm och $l_2 = 715$ mm. Hur mycket skilde sig det ur mätningarna beräknade svängningstalet för $\bar{g}$-gaffeln från det, som den borde ha i den diatoniska skalan?

5. På en optisk bänk voro i ordning uppställda en liten glödlampa *A* med rak lystråd, en samlingslins *B*, en hjälplins *C* samt en vit skärm *D*. Avståndet mellan lystråden och linsen *B* var 97 mm. Den bild av tråden, som erhölls genom brytningen i denna lins, blev virtuell, men genom lämplig placering av hjälplinsen *C* och skärmen *D* kunde en skarp bild av tråden erhållas på skärmen. Man borttog därefter linsen *B*. Om glödlampan försköts 200 mm, blev emellertid vid oförändrade lägen av hjälplinsen och skärmen bilden av lystråden på den senare återigen skarp. Beräkna brännvidden för linsen *B*.
6. För att bestämma ett mycket stort motstånd inkopplade man detsamma i serie med en ackumulator och en känslig galvanometer, vars motstånd var 97,5 ohm. Galvanometerns mot strömstyrkan proportionella utslag blev 23,5 skaldelar. Därefter shuntades galvanometern med ett motstånd på 2,50 ohm, och det obekanta motståndet utbyttes mot ett dylikt på $1{,}00 \cdot 10^5$ ohm. Galvanometerns utslag blev nu 17,5 skaldelar. Beräkna det obekanta motståndet. Ackumulatorns inre motstånd är mycket litet.
7. En person har för laddning av sin bilackumulator endast ett ledningsnät med 220 V likström till sitt förfogande som strömkälla. Ackumulatorn seriekopplas därför med ett lagom stort motstånd och anslutes till nätet. Hur mycket kostar varje kWh av den energi, som uttages från den laddade ackumulatorn, om personen får betala 20 öre per kWh för den energi, som tages från nätet? Vid urladdning återlämnar ackumulatorn endast 70 % av den energi, som den upptagit vid laddning. Ackumulatorns inre motstånd är mycket litet, och dess polspänning kan därför vid såväl laddning som urladdning sättas lika med 12 V.
8. Elektroner, som i ett evakuerat röntgenrör utsänts från katoden och i det mellan katoden och anoden (antikatoden) anbragta elektriska fältet accelererats, träffa antikatoden med en viss rörelseenergi. En del av elektronerna ge vid stöten mot antikatodens atomer upphov till röntgenstrålar. Den *kortaste* våglängd (λ), som dessa kunna ha, beräknas ur formeln $E = h \cdot c/\lambda$. E betecknar elektronernas rörelseenergi, c är ljushastigheten och h en konstant, som har värdet $6{,}62 \cdot 10^{-27}$, om E, c och λ uttryckas i C.G.S.-enheter. Beräkna den potentialskillnad, som en elektron måste genomlöpa för att λ i ovanstående formel skall bli $1 \cdot 10^{-8}$ cm (1 ångström). Ljusets hastighet är $3 \cdot 10^{10}$

cm/sek och elektronens laddning $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ coulomb. 1 joule = $= 10^7$ erg.

Resultat: 1. 1210 kp. 2. $(11\sqrt{3}-2) : 4$ pond. Tillämpa energiprincipen vid beräkning av periferihastigheten. 3. 63 kp/cm². 4. 6 sv. per sek mindre än den borde ha. 5. 144 mm. 6. $2{,}98 \cdot 10^6$ ohm. Då strömkretsarnas totala motstånd helt domineras av de *stora* motstånden, kan man vid beräkning av strömmen i kretsarna bortse från övriga motstånd. 7. Varje kWh kostar $\frac{10}{7} \cdot \frac{220}{12} \cdot 20$ öre $= 5{,}24$ kr. 8. 12 400 V.

Insänd litteratur

P. LEBEAU, *Les hautes températures et leurs utilisations en chimie.* Deux volumes formant 1398 pages (17×25 cm) avec 820 figures et 107 tableaux. Masson & Cie, Paris 1950, brochés 8200 fr., cartonnés 9000 fr.

P. PASCAL, *Chimie générale.* Cinétique, Thermodynamique, Équilibres. Masson & Cie, Paris 1950, 470 p., 1700 fr.

Colloque de géométrie algébrique. G. Thone, Liege, Masson & Cie, Paris 1950, 197 p., 200 fr. belges, 1400 fr. français.

H. TIETZE, *Gelöste und ungelöste matematische Probleme aus alter und neuer Zeit.* Bd I 256 S.; Bd II 305 S. Biederstein Verlag, München 1949.

MARTIN JOHNSON, *Astronomy of Stellar Energy and Decay.* Faber and Faber Ltd, London 1950, Pp. 216, 16 s. net.

W. P. D. WIGHTMAN, *The Growth of Scientific Ideas,* Oliver and Boyd, Edinburgh and London 1950, Pp. 495, 25 s. net.

Tekniska Nomenklaturcentralen, TNC n—r 1950. Ordsamling. Alfabetisk sammanställning av ordrekommendationer, 58 s., kr. 2: —. Seelig & Co., Stockholm 1950.

BÖÖS—LUNDBERG, *Lärobok i kemi för gymnasiet.* 7:e uppl. Sv. Bokför laget 1950, 374 s., kr. 6: 15.

BECKMAN—JENVALL, *Astronomi.* 3:e översedda uppl. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1950, 78 s., kr. 2: —.

STIG LINDHOLM, Handledning för demonstrationsförsök med Norstedts experimentsats. *Magnetism och elektricitetslära.* Norstedt & Söners Skolmaterielavdelning, Stockholm 1950, 85 s., kr. 4: 80.

Dædalus, Tekniska Museets årsbok 1950.

NATURVETENSKAPLIGT NYTT

Lärobok i ORGANISK KEMI

av *professor Lennart Smith*

Lärobok för de första studierna i organisk kemi vid universitet och högskolor.
I den nu utkomna fjärde upplagan har vissa kapitel utökats eller tillkommit med hänsyn till vetenskapliga, medicinska och tekniska nyheter. Nomenklaturen har också till vissa delar ändrats för att överensstämma med de internationellt vanligaste benämningarna.

Inb. 9:15, lärarex. 6:90.

KEMISKA SKOLFÖRSÖK

av *lektor Bror Gustaver*

En handledning vid elementär kemiundervisning vid mellanskolor, realskolor och seminarier.
Boken innehåller en allmän och en experimentell del samt ett förslag till disposition av den inledande kemikursen i mellanskolan. Vidare ingår en elementär framställning av atomläran.

Inb. 6:05, lärarex. 4:85.

SVERIGES GEOLOGI

av *Nils H. Magnusson, Erik Granlund † och G. Lundqvist*

Andra omarbetade och utökade upplagan.

Dagens Nyheter skriver:

. . . »en kunskapskälla även för dem som redan kan sina elementa. Och må jag säga det med detsamma: den har inte så många tuppfjät kvar till idealet för en handbok för intresserat folk utanför fackkretsen.»

Teknisk Tidskrift skriver:

»Geologistuderandena av alla grader kunna vara tacksamma för Magnussons och Lundqvists arbete. Sannolikt har inget annat land en motsvarighet av tillnärmelsevis så hög klass.»

Inb. 17:25, lärarex. 12:95.

SVENSKA BOKFÖRLAGET

Drottninggatan 20. Stockholm. Postgiro 3994.

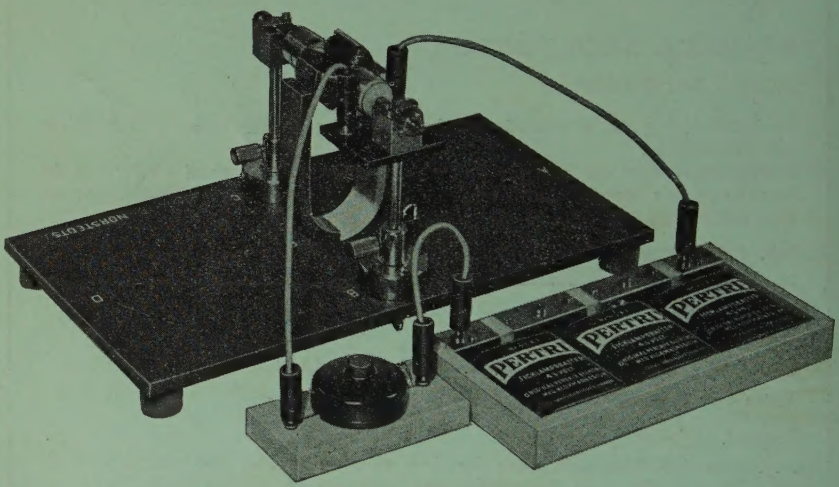
Med

NORSTEDTS EXPERIMENTSATS

för magnetism och elektricitet

kan praktiskt taget alla demonstrationsförsök utföras, som ingår i folkskolans och realskolans kurs.

En utförlig handledning på 82 sid. med avbildningar gör att försöken är mycket lätta att utföra och ej kräver någon förberedelse.



En elektrisk motor, sammanbyggd av delar ur Norstedts experimentsats.

Pris för experimentsatsen i för ändamålet inredd förvaringslåda samt ett ex. av handledningen kronor 275:—.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen — Stockholm

Lund 1950, Håkan Ohlssons boktryckeri.